

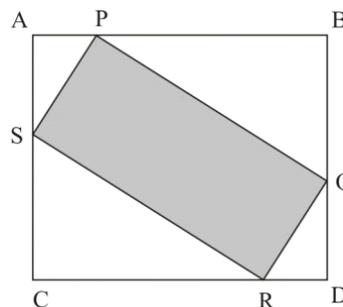
Treinamento 8 – 2ª fase de 2012
Nível 1

Dias/Horários de Treinamento

3ª feira 11/09 15:10 às 17:00h	4ª feira 12/09 09:10 às 11:00h	4ª feira 12/09 15:10 às 17:00h	5ª feira 13/09 09:10 às 11:00h
--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

ATENÇÃO: A prova da 2ª fase da 34ª OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática) será realizada em sua escola, no dia 22/09 (Sábado), para os alunos classificados. Veja a resolução dos treinamentos em vídeo-aulas em nosso site.

1. Quantos números de três algarismos diferentes de zero têm pelo menos dois algarismos iguais?
2. Na figura, os vértices do retângulo $PQRS$ pertencem aos lados do retângulo $ABCD$. Sendo $AP = 3\text{cm}$, $AS = 4\text{cm}$, $SC = 6\text{cm}$ e $CR = 8\text{cm}$, qual é a área do retângulo $PQRS$, em cm^2 ?



3. Vamos chamar de selo de um número inteiro positivo o par $(x; y)$ no qual x é o número de divisores positivos desse número menores do que ele e y é a soma desses divisores. Por exemplo, o selo do número 10 é $(3; 8)$ pois o número 10 tem como divisores menores do que ele os números 1, 2 e 5, cuja soma é 8. Já o selo do número primo 13 é $(1; 1)$.
 - a) Qual é o selo do número 9?
 - b) Qual número tem o selo $(2; 3)$?
 - c) Há números cujo selo é $(6; m)$. Qual é o menor valor possível para m ?
4. Duas tribos vivem numa ilha. Os da tribo azul só dizem a verdade e os da vermelha, só mentira. Um dia, 100 pessoas da ilha se reuniram num círculo e um repórter se dirigiu a cada uma delas, com a pergunta: "O seu vizinho à direita é um mentiroso?". Terminada a pesquisa, verificou-se que 48 pessoas responderam "sim". No máximo, quantas pessoas da tribo vermelha poderiam estar no círculo?
5. Em cada vértice de um cubo foi escrito um número. Fernanda calcula a soma dos números escritos nos vértices de cada face e encontra os números 8, 10, 11, 12, 13 e x . Se a face de soma 8 é oposta à face de soma x , qual é o valor de x ?

6. A sequência 1, 5, 14, 30, 55, ... é formada pelos algarismos das unidades das somas a seguir:

$$1^2 = \underline{1}$$

$$1^2 + 2^2 = \underline{5}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = \underline{14}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = \underline{30}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = \underline{55}$$

...

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots = \dots??$$

a) Escreva a sequência formada pelos algarismos das unidades das dez primeiras somas obtidas da forma descrita acima.

b) Qual é o algarismo das unidades da soma $1^2 + 2^2 + \dots + 2011^2$?