Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina

Nº11, 2014

Apoio:

CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM

CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO PELA BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina/ Universidade Federal de Santa Catarina. Centro de Ciências Físicas e Matemáticas.– n.1 (2004) – . – Florianópolis:[s.n], 2004 -
v.: 11 (2014) 23 cm

Anual
ISSN 1679-7612

1. Matemática – Competições. 2. Matemática – Questões, Problemas, Exercícios. I. Universidade Federal de Santa Catarina. II Centro de Ciências Físicas e Matemáticas.

Comissão da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina:

Coordenador da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina: José Luiz Rosas Pinho.

Coordenador da Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina: Danilo Royer e José Luiz Rosas Pinho.

Professores: Carmem Suzane Comitre Gimenez, Danilo Royer, Eliezer Batista, Giuliano Boava, Licio Hernanes Bezerra e Nereu Estanislau Burin.

Bolsistas da Olimpíada: Adrian da Silva Solecki, Ana Carolina Cordeiro Silva, Anieli Joana de Godoi, Crislaine Botelho Costa, Gabriela Finn, Jaqueline Toniolo, Jessica Cristhina da Silva, Josiane Marina Hoffmann, Leonardo Yuzo Dal Cortivo, Luana Batista Miguel e Mauricio Policarpo.

Bolsistas do PET Matemática: Aline Regina Becher, Carolina de Oliveira Carvalho, Daniella Losso da Costa, Douglas Manoel Guimarães, Eduardo Pandini Barros, Leonardo Businhani Biz, Lucas Borguezan, Luis Marcelo Corrêa Junior, Miguel Bauschat, Mike Christian Nascimento de Lima, Mônica Kerscher, Natã Machado, Priscilla Sayuri Saito de Oliveira e Vinícius Kinceler.

Comitê Editorial da Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina:
Adrian da Silva Solecki
Carmem Suzane Comitre Gimenez
Daniella Losso da Costa
Danilo Royer
Eliezer Batista
Giuliano Boava
José Luiz Rosas Pinho
Josiane Marina Hoffmann
Leonardo Yuzo Dal Cortivo
Licio Hernanes Bezerra
Nereu Estanislau Burin

Editoração Eletrônica:
Adrian da Silva Solecki
Alda Dayana Mattos Mortari
Daniella Losso da Costa
Josiane Marina Hoffmann
Leonardo Yuzo Dal Cortivo
Rodrigo Maciel Rosa

Tiragem:
1500 exemplares

Arte da Capa:
Rafaela Goulart de Andrade
Renata Leandro Becker

Postagem:
Segundo semestre de 2013.

Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina Nº11, 2014

ISSN 1679-7612

Sumário

Apresentação

O 11° número da Revista da Olimpíada Regional de matemática de Santa Catarina está sendo produzido como um projeto de extensão da UFSC e como uma atividade de extensão do Programa de Educação Tutorial (PET) Matemática (SESu/MEC) da UFSC, com a ativa participação de alunos bolsistas de extensão do programa PROBOLSAS, da Pró-Reitoria de Extensão (PROEX) e de alunos voluntários e bolsistas de estágio. Participam ainda do projeto seis professores do Departamento de Matemática da UFSC. A Revista foi financiada com recursos do projeto Programa Nacional de Olimpíadas de Matemática / Olimpíada Brasileira de Matemática (MCTI/CNPq/MEC/CAPES/FNDE).

A Revista está, a partir deste número, com uma nova estrutura. Continuaremos a manter a parte inicial em que as provas do ano anterior são publicadas, juntamente com as soluções, a lista dos alunos premiados e suas respectivas cidades de origem e a lista das escolas participantes. Os artigos permanecem em uma seção separada e todas as outras antigas seções ("Problemas propostos", "Soluções dos problemas propostos"e "Curiosidades") passam a fazer parte de um conjunto a que chamamos simplesmente de "Seções". Criamos um novo tópico em "Seções"denominado "De nossos alunos", em que os alunos do Curso de Graduação em Matemática da UFSC podem expressar suas ideias e opiniões sobre o Curso e a carreira de matemático, sempre de um ponto vista estritamente acadêmico. Ao criarmos essa nova seção, não foi nossa intenção abrir um fórum para discussões sobre os aspectos políticos, sociais ou econômicos do trabalho de um matemático, seja como professor, divulgador de ideias ou pesquisador. No entanto, a nova seção fica aberta para os alunos de pós-graduação e de graduação em matemática de outras universidades.

Encorajamos todos os leitores a enviar problemas para a seção "Problemas propostos"e soluções dos problemas daquela seção propostos em números anteriores. Artigos serão bem recebidos e publicados desde que sejam aprovados pelo Comitê Editorial da Revista.

Florianópolis, 30 de novembro de 2013.

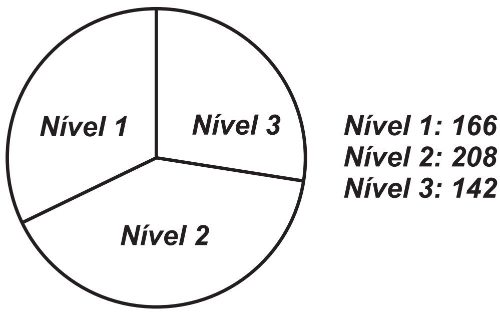
José Luiz Rosas Pinho
Tutor do PET Matemática da UFSC
Coordenador da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina

XV ORM (2012)

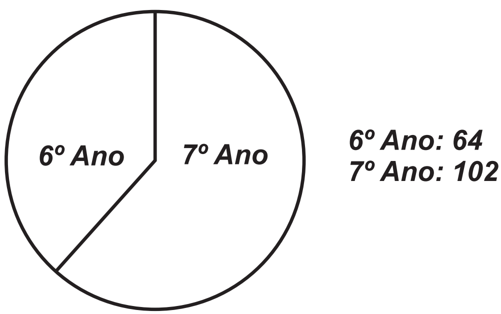
XV ORM em Números

Na primeira fase da XV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina participaram 7.175 alunos de ensino fundamental e médio, oriundos de 103 escolas públicas e particulares de 35 municípios do estado. Deste total, foram classificados 924 alunos para a segunda fase, dos quais 516 compareceram para realizar a prova, cujas distribuições por níveis e anos são mostradas abaixo.

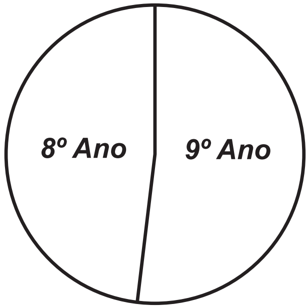
Total de alunos participantes da segunda fase, separados por níveis



Nível 1

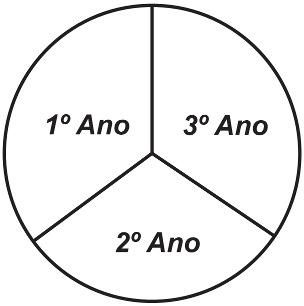


Nível 2



8º Ano: 100
9º Ano: 108

Nível 3



1º Ano do ensino médio: 50
2º Ano do ensino médio: 43
3º Ano do ensino médio: 49

Premiados

A Cerimônia de Premiação da XV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina ocorreu no dia 01 de dezembro de 2012, no Centro de Cultura e Eventos da UFSC e contou com a presença de autoridades da universidade juntamente com professores do Departamento de Matemática, responsáveis pela olimpíada. Nela, foram premiados 80 estudantes (o que corresponde, aproximadamente, a 15% dos alunos que participaram da segunda fase): 5 com medalhas de ouro, 14 com medalhas de prata,18 com medalhas de bronze e 43 com menções honrosas.

Prêmio William Glenn Whitley[1]

- Gabriel José Goulart Cardoso

Nível 1

Ouro

- Lucas Eduardo Schlenert de Oliveira (Joinville)
- Rafael Della Giustina Basilone Leite (Florianópolis)

Prata

- Gustavo Daros Abreu Noel de Oliveira (Itajaí)
- Gustavo de Medeiros Carlos (Tubarão)
- Leonardo de Sá Nicolazzi (Florianópolis)
- Lucas Fagundes (Joinville)
- Lucas Ferreira da Rosa (São José)
- Mateus Israel Silva (Florianópolis)
- Matheus Marcucci (Florianópolis)

[1] O prêmio é destinado ao aluno com a maior pontuação na Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina. Esta é uma homenagem ao professor William Glenn Whitley (ver revista da ORM nº 4) e começou a ser entregue no ano de 2006.

Bronze

- Alexandre Thomsen Balbinot (Itajaí)
- Eduarda Salmoria Moraes (Lages)
- Jefferson Noal Mattos (Florianópolis)
- Katarine Emanuela Klitzke (Timbó)
- Lucas Gabriel Krutzsch (Massaranduba)
- Raul Mendes Damo (Itajaí)
- Rina Chen Carvalho (Florianópolis)

Menção Honrosa

- Ana Luiza Reusing Pacheco (Florianópolis)
- Andressa Krüger (Pomerode)
- Brenda Correia Soto (Balneário Camburiú)
- Gabriele Marchioro Gomes (Criciúma)
- Geórgia Antonielli Conti (Rodeio)
- Guilherme Raiser Miranda (Joinville)
- Henrique de Castilhos (Joinville)
- Henrique Niedziewski Devegili (Joinville)
- João Pedro Alves Scremin (Joinville)
- João Ricardo Linhares (Tubarão)
- Luís Eduardo Bertelli (Joinville)
- Milena Cristine Pawlak (Jaraguá do Sul)
- Thais Jandre (Pomerode)
- Victor Mosimann Duarte (Florianópolis)

Nível 2

Ouro

- Júlia Bertelli (Joinville)

Prata

- Bruno Alexis Morales Huaco (Itajaí)
- Giovanni De Sousa Vellozo (Florianópolis)
- Lucas Trindade Betega (São José)
- Mateus Spezia (Massaranduba)

Bronze

- Cristine Buettgen (Pomerode)
- Douglas Ohf (Joinville)
- Guilherme Sohnlein Exel (Florianópolis)
- Leonardo Lennert Rammé (Joinville)
- Vitor Probst Curtarelli (Timbó)

Menção Honrosa

- Anisio de Souza Neto (Itajaí)
- Bruno Mota (Joinville)
- Eduardo Lennert Rammé (Joinville)
- Elisangela Dornelles (Massaranduba)
- Guilherme Schuler Dambroso (Videira)
- João Antônio Brandão Brito Stahelin (Florianópolis)
- Julia Almeida Oliveira (Joaçaba)

- Laura Emerim Silva (Florianópolis)
- Luccas Scaravelli (Florianópolis)
- Luis Fernando Momm Antunes (Joinville)
- Maria Vitória Gazoni (São José)
- Matheus Campos Claudino da Rosa (Tubarão)
- Pedro Kretzer Cebolo (Florianópolis)
- Wilson João Jacinto (Itajaí)

Nível 3

Ouro

- Gabriel José Goulart Cardoso (Joinville)
- Matias Guiomar Henschel (Blumenau)

Prata

- Isabella Giustl Hernandes (Florianópolis)
- Sidnei Rodrigo dos Santos (Massaranduba)
- Vinicius Martins Freire (Florianópolis)

Bronze

- Henrique Mazzuchelo Espíndola (Tubarão)
- João Marcos Carnieletto Nicolodi (Florianópolis)
- Luana Lopes Lara (Joinville)
- Matheus Dhanyel Cândido Roque (Florianópolis)
- Thiago Scharlau Xavier (Florianópolis)
- Victor Hamann Pereira (Blumenau)

Menção Honrosa

- Airton José Schmitt Junior (Biguaçú)
- André Bianchi Pizzolatti (Tubarão)
- Antonio Jerônimo Botêlho (Tubarão)
- Diego Wyzykowski (Joinville)
- Fernanda Ceccon Ortolan (Florianópolis)
- Flavia Longo de Araujo (Florianópolis)
- Gabriel Caldas de Cesaro Cavaler (Criciúma)
- Ítalo Bertoncini de Araujo (São José)
- Luiz Gustavo de Oliveira (Joinville)
- Murilo Martin (Blumenau)
- Otávio Augusto Fernandes Silveira (Tubarão)
- Paulo Vinícius Lisboa Girardi (Florianópolis)
- Pedro H. L. da Cunha (Blumenau)
- Rodrigo Reinert da Silva (Joinville)
- Thomas Kenzo Kojima (Blumenau)

Escolas Participantes

Associação Educacional Luterana - BOM JESUS/ IELUSC (Joinville); **C**entro de Educação Cantinho Feliz LTDA (Timbó); **C**entro de Educação Camburiú LTDA.ME - CECAM (Camboriú); **C**entro de Educação Razão de Viver (Camboriú); **C**entro de Educação Olimpo (Chapecó); **C**entro Educacional Caminho do Saber (Rio Negrinho); **C**entro Educacional Compamhia do Saber (Sao jose); **C**entro Educacional Criativo (Florianópolis); **C**entro Educacional Estimoarte (Florianópolis); **C**entro Educacional Fraiburgo Cefrai (Fraiburgo); **C**entro Educacional Machado de Assis (Joinville); **C**entro Educacional Menino Jesus (Florianópolis); **C**entro Educacional Paraíso Infantil (Florianópolis); **C**entro Educacional Pedro dos Santos (Rio do Sul); **C**entro Educacional Professora Maria de Lourdes C. Cabral (Navegantes); **C**entro Educacional Roberto Machado (Rio do Sul); **C**entro Educacional Universo do Saber (Maravilha); **C**ETISA (Timbó); **C**olégio Sinodal Doutor Blumenau (Pomerode); **C**olégio Alto Vale LTDA (Rio do Sul); **C**olégio Bom Jesus Coração de Jesus (Florianópolis); **C**olégio Bom Jesus Divina Providência (Jaragua do Sul); **C**olégio Bom Jesus Santo Antônio (Blumenau); **C**olégio Carlos Drummond de Andrade (Capinzal); **C**olégio Catarinense (Florianópolis); **C**olégio Cenecista José Elias Moreira (Joinville); **C**olégio Cenecista Marcos Olsen (Caçador); **C**olégio Cenecista Pedro Antônio Fayal (Itajaí); **C**olégio Cenecista São José (Rio Negrinho); **C**olégio da Lagoa (Florianópolis); **C**olégio de Aplicação da Univali (Itajaí); **C**olégio de Aplicação UFSC (Florianópolis); **C**olégio Dehon (Tubarão); **C**olégio Dom Bosco (Rio do Sul); **C**olégio Dom Bosco (Barreiros); **C**olégio Dom Jaime Câmara (Sao José); **C**olégio dos Santos Anjos (Joinville); **C**olégio Elisa Andreoli (Barreiros); **C**olégio Energia (Florianópolis); **C**olégio Geração (Florianópolis); **C**olégio Global (São Bento do Sul); **C**olégio Jardim Anchieta (Florianópolis); **C**olégio Madre Francisca Lampel (Gaspar); **C**olégio Marista (Criciúma); **C**olégio Nossa Senhora de Fátima (Florianópolis); **C**olégio Rogacionista PIO XII (Criciúma); **C**olégio Sagrada Família (Blumenau); **C**olégio Salesiano Itajaí (Itajaí); **C**olégio Santa Rosa de Lima (Lages); **C**olégio Santo Antônio (Joinville); **C**olégio São José (Tubarão); **C**olégio Sinodal Ruy Barbosa (Rio do Sul); **C**olégio Santa Catarina (Florianópolis); **C**olégio Superação (Videira); **C**olégio Tendência (Florianópolis); **C**olégio Tupy (Joinville); **C**olégio Univeritário Criciúma LTDA (Criciúma); **C**ooperativa Educacional de Imbituba (Imbituba); **E**EB Almirante Barroso (Pomerode); **E**EB Ministro Pedro Aleixo (Massaranduba); **E**EB Municipal Fedelino M dos Santos (Chapecó); **E**EB Municipal Izilda Reiser Mafra (Navegantes); **E**EB Olavo Bilac (Pomerode); **E**EB Vereadora Albertina Krummel Maciel (Sao José); **E**ducandário Imaculada Conceição (Florianopolis); **E**dutec Escola Educacional Técnica SATC (Criciúma); **E**EB Martinho Alves dos Santos (Tubarão); **E**EB Municipal José Cardoso de Aguiar (Gravatal); **E**EB Professor Osni Paulino da Silva (Anchieta); **E**EB São Bento (Sao Bento do Sul); **E**EB Willy Hering (Rio do Sul); **E**EF Padre Bruno Linden (Massaranduba); **E**M Maurício Germer (Timbó); **E**M Padre Martinho Stein (Timbó); **E**MEF Prefeito João Floriani (Rio dos Cedros); **E**scola Barão do Rio Branco (Blumenau); **E**scola de Educação Básica da Unidavi (Rio do Sul); **E**scola Municipal de Ensino Fundamental Anna Towe Nagel (Jaragua do Sul); **E**scola Municipal DR Vilson Pedro Kleinubing (Capinzal); **E**scola Municipal Expedicionário S Mengarda (Rio dos Cedros); **E**scola Municipal Governador Pedro Ivo Campos (Joinville); **E**scola Municipal Irmã Filomena Rabelo (Treze Tilias); **E**scola Municipal Prefeito Max Colin (Joinville); **E**scola Municipal Professora Anna Maria Harger (Joinville); **E**scola Municipal Professora Lacy L da Cruz Flores (Joinville); **E**scola Municipal Professora Elsir B Gaya Muller (Joinville); **E**scola Municipal Pofessora Krin Barkemeyer (Joinville); **E**scola Municipal Professora Zulma do Rosário Miranda (Joinville); **E**scola Municipal Viver e Conhecer (Joinville); **E**scola Técnica do Vale do Itajaí (Capinzal); **E**scola Autonomia LTDA (Capinzal); **E**scola da Ilha (Blumenau); **E**cola Dinâmica (Florianópolis); **E**scola Isolado Altos da Boa Vista (Bom Jardim da Serra); **E**scola Sarapiquá (Florianópolis); **E**TC de Tubarão (Tubarão); **E**xathum Curso e Colégio (Joinville); **I**nstituto Federal de Educação de Santa Catarina (Florianópolis); **I**nstituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense (Videira); **I**nstituto

Federal de Educação, Ciência e Tcnologia de Santa Catarina (Joinville); **I**nstituto Mria Auxiliadora (Rio do Sul); **K**umom (Joaçaba); **K**Kumon (Florianópolis); **S**enai (Sao Miguel D'Oeste); **S**enai Centro de Educação e Tecnologia de Tubarão (Tubarão); **S**enai Centro de Educação e Tecnologia (Jaraguá do Sul); **S**enai (Lages); **S**ociedade Educacional Balneário Camburiú (Balneario Camboriú); **S**ociedade Educacional Posiville LTDA (Joinville); **S**ociedade Educacional Verdes Mares (Itajaí).

Provas e Gabaritos

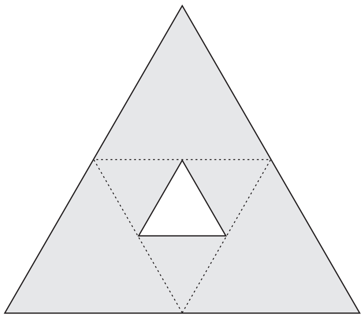
Prova Nível 1

1. Encontre três frações, $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$, com a, b, c, d, e, f inteiros positivos, iguais respectivamente a $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{7}$, tais que $a + b = c + d = e + f$.

2. O pai diz à sua filha que ela e sua mãe possuem a mesma idade, pois ambas usam o mesmo número de dedos em cada mão para mostrar sua idade. O que acontece é que a filha usa os dedos das duas mãos como sendo unidades enquanto que a mãe usa os dedos de uma mão como sendo o número de dezenas e os dedos de outra como sendo unidades. O pai também diz que a idade dele é igual à soma da idade das duas. Sabendo que o pai tem 43 anos, encontre a idade da mãe e a idade da filha.

3. Encontre todos os números naturais cujos quadrados são múltiplos de 2012.
   Observação: $2012 = 2 \times 2 \times 503$, e 503 é um número primo.

4. Uma fábrica produz peças triangulares, com um furo triangular no centro, como mostra a figura. Os três lados da peça têm a mesma medida.



Certo número de peças foi produzido e o material retirado dos furos foi reutilizado para produzir mais 134 peças, sobrando ainda o material correspondente a 2 furos. Qual é o número de peças produzidas no início do processo?

5. Máximus e Mínimus são dois gatos que adoram comer petiscos. Em uma hora Máximus come 32 petiscos, enquanto Mínimus precisa de três horas para comer a mesma quantidade. Quanto tempo necessitam os dois juntos para comer 32 petiscos, e nesse tempo quantos petiscos come cada um?

Prova Nível 2

1. Sejam a, b e c três números distintos. Mostre que, para todo número x,

$$\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} = 1.$$

2. Uma jarra de um litro está cheia com uma mistura de $\frac{1}{3}$ de suco e $\frac{2}{3}$ de água. Após ser bebida certa quantidade desta mistura, completa-se com suco puro, obtendo-se uma mistura com partes iguais de água e suco. Qual a quantidade que foi bebida?

3. Encontre três frações, $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ com a, b, c, d, e, f inteiros positivos, iguais respectivamente a $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}$, tais que $a+b=c+d=e+f=s$ e esta soma s é a mínima possível.

4. Em um tabuleiro 2012 x 2012, João coloca fichas de quatro tipos, A, B, C e D, da seguinte maneira:

	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	...				
Linha 1	A	B	C	D	A	B	C	...
Linha 2	B	C	D	A	B	C	D	...
Linha 3	C	D	A	B	C	D	A	
⋮	D	A	B	C	D	A	B	
	A	B	C	D	A	B	C	
	B	C	D	A	B	C	D	
	C	D	A	B	C	D	A	
	⋮	⋮						⋱

A seguir se i e j são dois números inteiros positivos (menores ou iguais a 2012) tais que i,j e 2012 possuem um divisor comum maior que 1, João retira a ficha que está na casa de linha i e coluna j. Quantas fichas do tipo A restaram no tabuleiro de João?
Observação: $2012 = 2 \times 2 \times 503$, e 503 é um número primo.

5. Um polígono em forma de cruz (Figura 1) é rotacionado em torno de seu centro de um ângulo de $45°$, resultando na Figura 2 abaixo. Calcule o perímetro em negrito da Figura 2.

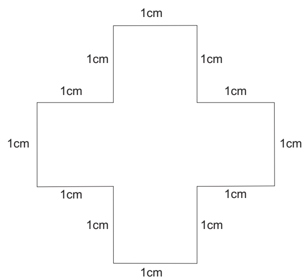


Figura 1

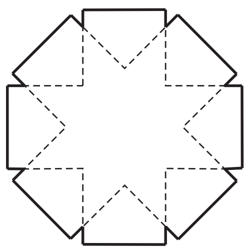


Figura 2

Prova Nível 3

1. a) Verifique que, para todo número real $y > 0$, $y + \dfrac{1}{y} \geq 2$.

   b) Utilizando o resultado anterior, verifique que, para $x > 1$, $\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x-2}} \geq 2$.

2. Dados um ponto F e uma reta d, chama-se de parábola o conjunto dos pontos equidistantes de F e d (Figura 1).

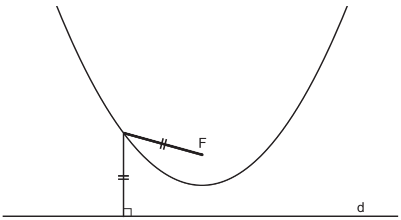


Figura 1

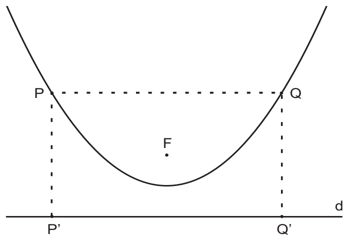


Figura 2

   Na figura 2, P e Q são pontos da parábola e P' e Q' pontos da reta d tais que a reta PQ é paralela a d, as retas PP' e QQ' são perpendiculares a d e P', F e Q são colineares. Sabendo que a distância de F a d é igual a 1cm, calcule a área do retângulo $PP'Q'Q$.

3. Em uma festa há 2012 pessoas que se dividem em 503 famílias, cada uma composta por um homem, uma mulher e duas crianças. Na festa, há 503 mesas com quatro cadeiras em cada mesa. Em um certo momento, todos os presentes sentaram aleatoriamente nas cadeiras e verificou-se que, em cada mesa, havia um homem, uma mulher e duas crianças (não necessariamente da mesma família). Qual a probabilidade de que cada mesa esteja composta por membros da mesma família?

4. Verifique que, para todo número natural não nulo n, existe um número natural N da forma

$N = 111 \cdots 1000 \cdots 0$, tal que n é um divisor de N.

5. Uma cruz (Figura 1) é rotacionada em torno do seu centro de um ângulo de 45^{o} e uma circunferência é circunscrita ao polígono obtido (Figura 2). Calcule a área da região sombreada na figura 2.

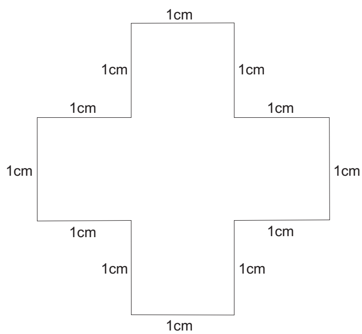


Figura 1

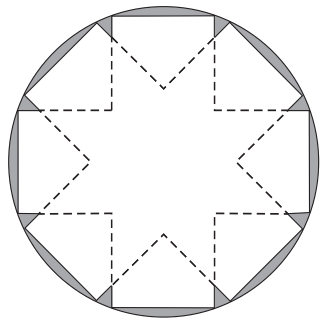


Figura 2

Gabarito Nível 1

1. Como as somas dos numeradores e dos denominadores de cada fração devem ser iguais, e como

   elas são iguais a $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}$, respectivamente, então tal soma deve ser um múltiplo de

   3 (da fração $\frac{1}{2}$, $1+2=3$), de 8 (da fração $\frac{3}{5}$, $3+5=8$) e de 12 (da fração $\frac{5}{7}$, $5+7=12$).

   Tomando, por exemplo, o MMC de $3, 8$ e 12, obtemos 24. A primeira fração é obtida fazendo

   $\dfrac{24}{3}=8$, e escrevendo $\dfrac{8}{16}$ (=$\frac{1}{2}$). A segunda é obtida fazendo $\dfrac{24}{8}=3$ e escrevendo $\dfrac{9}{15}$ (=$\frac{3}{5}$).

   Finalmente a terceira fração é obtida fazendo $\dfrac{24}{12}=2$, e escrevendo $\dfrac{10}{14}$(=$\frac{5}{7}$).

   Resposta: As três frações são $\dfrac{8}{16}, \dfrac{9}{15}, \dfrac{10}{14}$.

2. A idade da filha poderia variar de 1 ano a 10 anos (total de dez dedos nas duas mãos). Como a soma das idades da filha e da mãe é igual à idade do pai, ou seja, 43 anos, então a idade da mãe poderia variar de $43-10=32$ anos a $43-1=42$ anos. Analisando os dez casos:

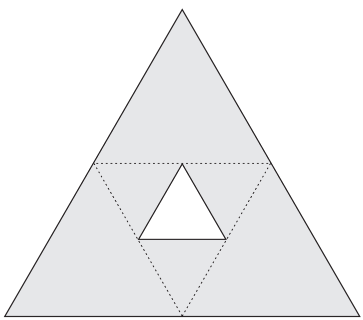
Idade da mãe	Idade da filha	Soma
42	$4 + 2 = 6$	$48 > 43$ (pai)
41	$4 + 1 = 5$	$46 > 43$
40	$4 + 0 = 4$	$44 > 43$
39	$3 + 9 = 12$	$51 > 43$
38	$3 + 8 = 11$	$49 > 43$
37	$3 + 7 = 10$	$47 > 43$
36	$3 + 6 = 9$	$45 > 43$
35	$3 + 5 = 8$	**43**
34	$3 + 4 = 7$	$41 < 43$
33	$3 + 3 = 6$	$39 < 43$

Resposta: A idade da mãe é 35 anos e a idade da filha é 8 anos.

3. Como $2012 = 2^2 \times 503$, e como 503 é primo, para que o quadrado de um número seja múltiplo de 2012, o número deve ser múltiplo de 2 e de 503, ou seja, o número deve ser múltiplo de $2 \times 503 = 1006$.

   Resposta: São todos os múltiplos de 1006.

4. Observando a figura dada, observamos que cada furo corresponde a uma área igual a $\dfrac{1}{16}$ da peça inteira (sem o furo).



Dito de outra forma, cada peça é formada por 15 triângulos idênticos ao triângulo do furo.

Como foram produzidas mais 134 peças, a partir do material retirado dos furos e sobrou ainda material correspondente a 2 furos, o número de peças produzindas no início do processo é:

$134 \cdot 15 + 2 = 2010 + 2 = 2012$

Resposta: O número de peças produzidas no início do processo é de 2012 peças.

5. Máximus come 32 petiscos em uma hora, ou seja, em 60 minutos. Portanto, Máximus come, em um minuto, $\dfrac{32}{60} = \dfrac{8}{15}$ de um petisco.

   Mínimus come 32 petiscos em três horas, ou seja, em 180 minutos. Portanto, Mínimus come, em um minuto, $\dfrac{32}{180} = \dfrac{8}{45}$ de um petisco.

   Juntos, os dois gatos comem, em um minuto:

$$\frac{8}{15} + \frac{8}{45} = \frac{24+8}{45} = \frac{32}{45} \text{ de um petisco.}$$

   Para que os dois juntos comam 32 petiscos, será necessário o tempo de 45 minutos $\left(45 \times \dfrac{32}{45} = 32\right)$, e Máximus comerá $45 \times \dfrac{8}{15} = 24$ petiscos, e Mínimus comerá $45 \times \dfrac{8}{45} = 8$ petiscos.

   Resposta: Os dois juntos comerão 32 petiscos em 45 minutos e, nesse tempo, Maximus terá comido 24 petiscos e Minimus 8 petiscos.

Gabarito Nível 2

1. Somando as três frações obteremos o denominador $(c-a)(c-b)(b-a)$, e o numerador será igual a:

   $(b-a)(x-a)(x-b)-(c-a)(x-a)(x-c)+(c-b)(x-b)(x-c)=$

   $=(b-a)[x^2-(b+a)x+ab]-(c-a)[x^2-(c+a)x+ac]+(c-b)[x^2-(c+b)x+bc]$

   $=[(b-a)-(c-a)+(c-b)]x^2+[-(b^2-a^2)+(c^2-a^2)-(c^2-b^2)]x+(b-a)ab-(c-a)ac+(c-b)bc$

   $=(b-a)ab-(c-a)ac+(c-b)bc$

   $=ab^2-a^2b-ac^2+a^2c+(c-b)bc$

   $=a(b^2-c^2)+a^2(c-b)+bc(c-b)$

   $=-a(c+b)(c-b)+a^2(c-b)+bc(c-b)$

   $=(c-b)[-a(c+b)+a^2+bc]=(c-b)[a(a-c)+b(c-a)]$

   $=(c-b)(c-a)(b-a).$

   Resposta: O numerador é igual ao denominador, e portanto a soma das três frações é igual a 1 para todo x.

2. Seja x o volume em litros da mistura bebida. Sobra na jarra um volume igual a $(1-x)$ litros da mistura composta por $(\frac{1-x}{3})$ litros de suco e $\frac{2}{3}(1-x)$ litros de água.

   Ao adicionarmos um volume de x litros de suco puro (para tornar a encher a jarra) obteremos uma mistura composta por um volume $(\frac{1-x}{3}+x)$ litros de suco puro e $\frac{2}{3}(1-x)$ litros de água. Essas duas partes devem ser iguais, e portanto:

$$\frac{1-x}{3} + x = \frac{2(1-x)}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{4}l.$$

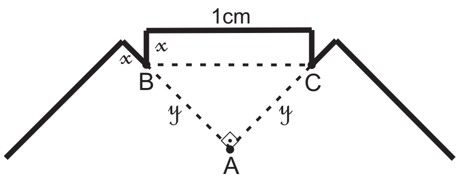
Resposta: A quantidade (volume) da mistura que foi bebida é igual a $\frac{1}{4}$ litros.

3. Queremos encontrar frações $\frac{x}{2x}$, $\frac{3y}{5y}$ e $\frac{5z}{7z}$ tais que $x+2x = 3y+5y = 5z+7z$, ou $3x = 8y = 12z = s$, e tal que s seja a menor possível.
Então, basta achar o MMC de 3, 8 e 12, que é 24. Portanto, $x = \frac{24}{3} = 8$, $y = \frac{24}{8} = 3$ e $z = \frac{24}{12} = 2$, e as frações são $\frac{8}{16}$, $\frac{9}{15}$ e $\frac{10}{14}$.
Resposta: As frações são $\frac{8}{16}$, $\frac{9}{15}$ e $\frac{10}{14}$.

4. Vamos denotar a casa da linha i e coluna j por (i,j). Note, do tabuleiro olhando as " Diagonais " da esquerda para a direita e de baixo para cima, que as fichas A estão em $(1,1)$ $(1+1=2)$, na " Diagonal " $(5,1), (4,2), (3,3), (2,4), (1,5)$ (soma 6) etc. Portanto, quando $i+j$ for dividido por 4 deixará resto 2, ou seja, se $i+j \equiv 2 \ (mod \ \ 4)$ teremos ficha do tipo A na casa (i,j).
As fichas do tipo B obedecerão $i+j \equiv 3 \ (mod \ \ 4)$, ou seja, dividindo $i+j$ por 4 teremos resto 3. As fichas do tipo C satisfarão $i+j \equiv 0 \ (mod \ \ 4)$, ou seja, $i+j$ múltiplo de 4, e as fichas do tipo D satisfarão $i+j \equiv 1 \ (mod \ \ 4)$, ou seja, dividimos $i+j$ por 4 teremos resto 1.
Como $2012 = 2^2 \times 503$, para que i, j e 2012 tenham um divisor comum maior do que 1, deveremos ter:
(a) i e j pares (nesse caso só há fichas tipo A ou tipo C na casa (i,j)); ou
(b) (i,j) sendo $(503, 503), (503, 1006), (503, 1509), (503, 2012), (1006, 503), (1006, 1509), (1509, 503), (1509, 1006), (1509, 1509), (1509, 2012), (2012, 503)$ e $(2012, 1509)$.

Como em cada linha há 503 fichas de cada tipo, então teremos $2012 \times 503 = 2^2 \times 503$ fichas de cada tipo no tabuleiro. No caso (a) haverá metade dessa quantidade de fichas do tipo A que serão retiradas, ou seja, 2×503^2.
no caso (b), apenas $(503, 503)$ e $(1509, 1509)$ são do tipo A, de acordo com a caracterização dessas fichas feita acima. Portanto, serão retiradas $2 \times 503^2 + 2$ fichas do tipo A, restando:
$2^2 \times 503^2 - (2 \times 503^2 + 2) = 2 \times 503^2 - 2 = 2 \cdot (503^2 - 1) = 2 \cdot (503 - 1)(503 + 1) = 2 \cdot 502 \cdot 504$ fichas do tipo A.
Resposta: restarão $2 \times 502 \times 504$ fichas do tipo A no tabuleiro.

5. Desenhando uma parte da Figura 2 temos:



O $\triangle ABC$ é retângulo em A, pois da rotação de $45°$ temos $A\hat{B}C = A\hat{C}B = 45°$. Portanto, $AB = AC = y$. Então $2y^2 = 1$ ou $y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Logo, $x = 1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

O perímetro será $16x + 8$, ou $16\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) + 8 = 24 - 8\sqrt{2}$.

Resposta: O perímetro é igual a $24 - 8\sqrt{2}$ cm.

Gabarito Nível 3

1. (a) $y > 0$. Então:

$$y + \frac{1}{y} \geq 2 \quad \Leftrightarrow \quad y^2 + 1 \geq 2y \quad \Leftrightarrow \quad y^2 - 2y + 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad (y-1)^2 \geq 0.$$

Outra solução:

De $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, para $a, b \geq 0$, temos

$$\frac{y + \frac{1}{y}}{2} \geq \sqrt{y \cdot \frac{1}{y}} = 1 \quad \Rightarrow \quad y + \frac{1}{y} \geq 2.$$

(b) $x > 1$. Então, fazendo $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}} > 0$, temos

De (a):

$$2 \leq y + \frac{1}{y} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2}} = \frac{x+2+x-1}{\sqrt{(x+2)(x-1)}} = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x-2}}.$$

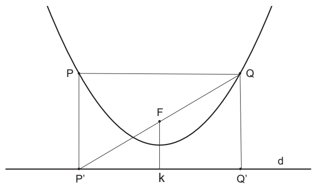
Outra solução:

$$x > 1 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 2 > 0.$$

Então:

$$\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x-2}} \geq 2 \quad \Leftrightarrow \quad 4x^2 + 4x + 1 \geq 4x^2 + 4x - 8 \quad \Leftrightarrow \quad 1 \geq -8.$$

2. $PP'Q'P$ é um retângulo. Então $P'\widehat{P}Q = 90^\circ$ e $PP' = QQ'$. P e Q estão na parábola. Então, $PF = PP' = QQ' = QF$. Portanto, F é um ponto da hipotenusa do triângulo QPP' (retângulo) tal que $FP = FQ$.



Logo, F é o ponto médio de QP' (de outra forma, o triângulo PFQ é isósceles; a perpendicular por F a PQ cruza este segmento em seu ponto médio; a altura de um triângulo isósceles relativa à sua base, coincide com a mediana; pelo teorema da base média para triângulos, F é o ponto médio de QP'). Segue-se que $PF = PP' = FP'$, ou seja, o triângulo PFP' é equilátero. Como $PP' = 2FK = 2$, então $P'K = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.
Portanto a área do retângulo $PP'Q'Q$ será igual a $2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\ \ cm^2$.

Observação: Uma outra maneira de concluir que o ponto F é o ponto médio do segmento $P'Q$ seria usar a simetria da figura em relação à reta FK (que é o eixo da parábola). O simétrico de $P'Q$ é PQ', e esses dois segmentos, que são diagonais do retângulo, passam por F. Logo, F é ponto médio de $P'Q$ e de PQ'.

3. Devemos inicialmente calcular quantas são as situações em que há, em cada mesa, um casal e duas crianças (não necessariamente a mesma família). Esse será o nosso "espaço amostral".

   Para calcular isso, podemos pensar que as mesas foram enumeradas, e então devemos calcular primeiro quantas são as possibilidades de se distribuir os 503 homens, um em cada mesa. Há 503 possibilidades para a primeira mesa, 502 para a segunda etc. Portanto há 503! maneiras de se distribuir os homens, um em cada mesa. O mesmo ocorre com as mulheres. Resta distribuir as 1006 criahnças pelas mesas. Há dois lugares vagos em cada mesa, ou seja, no total há 1006 cadeiras vagas. Portanto deveríamos ter 1006! maneiras de distribuir as crianças. Porém, em cada mesa, estamos contando em dobro as distribuições AB e BA:
   Na mesa 1, podemos ter as crianças AB e também BA. Na mesa 2, teremos CD e também DC. E assim sucessivamente. Na mesa 503 teremos XY e também

YX. Assm, há na verdade $\dfrac{1006!}{\underbrace{2 \times 2 \times ... \times 2}_{503}} = \dfrac{1006!}{2^{503}}$ maneiras de distribuir as crianças pelas mesas.

Portanto há $503!503!\dfrac{1006!}{2^{503}}$ possibilidades de acomodar, em cada mesa, um casal e duas crianças.

Agora vamos calcular de quantas maneiras podemos distribuir as 503 famílias pelas 503 mesas. Isso é simplesmente igual a 503!.

Portanto a probabilidade de que em cada mesa estejam sentados todos os membros da mesma família será igual a:

$$P = \frac{503!}{503!503! \cdot \dfrac{1006!}{2^{503}}} = \frac{2^{503}}{503! \cdot 1006!}$$

Resposta: A probabilidade é igual a $\dfrac{2^{503}}{503! \cdot 1006!}$

4. Seja n um número natural não nulo. Considere os n números:

$$\begin{aligned} m_1 &= 1 \\ m_2 &= 11 \\ m_3 &= 111 \\ &\vdots \\ m_n &= \underbrace{11\ldots1}_{n} \end{aligned}$$

Há duas possibilidades:

(a) Um destes números é múltiplo de n (e o problema está resolvido);

(b) Todos aqueles n números deixam resto diferente de zero da divisão por n.

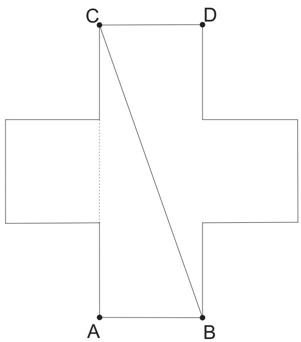
Como temos n restos e $n-1$ possibilidades de resto não nulo na divisão por n, existem dois números da lista acima que deixam o mesmo resto na divisão por n. Sejam m_i e m_j, $j > i$, esses números.

Então, de

$$
\begin{array}{rl}
m_i = q_i n + r & \text{e} \\
m_j = q_j n + r & \text{,obtemos:} \\
m_j - m_i = (q_j - q_i)n & \text{, ou seja,} \\
m_j - m_i = \underbrace{1\dots1}_{j-i}\underbrace{0\dots0}_{i} & \text{é multiplo de } n
\end{array}
$$

(E o problema está resolvido)

5. A área da região sombreada será igual à área do círculo menos a área da figura em branco formada pela cruz sobreposta com a cruz rotacionada.

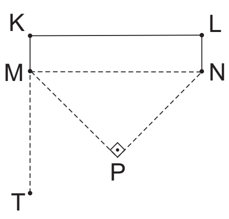


O diâmetro do círculo é igual à diagonal de um retângulo de lados 3 por 1 ($ABCD$ na figura ao lado). Pelo Teorema de Pitágoras, aplicado ao $\triangle ABC$, temos $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \Rightarrow BC = \sqrt{10}$.

Logo, o raio R do círculo é igual a: $R = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Portanto, a área do círculo é igual a: $A_C = \pi R^2 = \pi \dfrac{10}{4} = \dfrac{5}{2}\pi cm^2$.

A área da figura em branco é igual a área da cruz (igual a soma das áreas de 5 quadrados de lado $1cm$), $A_{cruz} = 5cm^2$, mais quatro vezes a área da figura abaixo, à esquerda:



Note que o $\triangle MNP$ é retângulo e isósceles com hipotenusa $1cm$. Portanto,

$MP^2 + NP^2 = 2MP^2 = 1 \Rightarrow MP = \dfrac{\sqrt{2}}{2}cm = MT$

(KT é um lado da cruz).

Então, o lado KM do retângulo $KLNM$ é igual a:

$$KM = KT - MT = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} cm$$

Assim, a área do polígono $KMPNL$ é igual a:

$$A_P = KM \times KL + \frac{MP \cdot NP}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \times 1 + \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{2-\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} = \frac{4-2\sqrt{2}+1}{4} = \frac{5-2\sqrt{2}}{4} cm^2$$

Portanto, a área da figura sombreada será:

$$A_S = A_C - (A_{CRUZ} + 4 \times A_P) = \frac{5}{2}\pi - (5 + 5 - 2\sqrt{2}) =$$
$$\left(\frac{5}{2}\pi - 10 + 2\sqrt{2}\right) cm^2$$

Resposta: A área da região sombreada é igual a $\left(\frac{5}{2}\pi - 10 + 2\sqrt{2}\right) cm^2$.

Artigos

Quem é maior, $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$?

Alda Dayana Mattos Mortari[1]

aldadayana@gmail.com

Quem é maior, $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$?

Resumo

Este artigo tem o objetivo modesto de expor como verificamos se dois conjuntos quaisquer possuem a mesma quantidade de elementos.

A ideia de escrever este artigo surgiu de uma pergunta postada no fórum do PIC (Programa de Iniciação Científica) da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) no ano de 2012. Percebi que apesar da resposta desta pergunta ser bem simples - de fato, poderíamos respondê-la em uma linha! - ela pode ser uma fonte de boas discussões e descobertas.

Por vezes ao nos depararmos com um conceito novo em Matemática ele parece complicado ou sofisticado. Mas a verdade é que na maior parte das vezes essa coisa complicada teve origem em uma ideia simples. Pelo menos essa é a minha visão tendo como base tudo que já estudei de Matemática até hoje - e olha que já estudei muito!

A primeira atitude perante um problema é verificarmos se ele está bem formulado. Quando pergunto quem é maior $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$, na verdade não estou sendo nada precisa. O conceito de maior não é algo absoluto. Então precisamos deixar claro o que estamos querendo dizer com a palavra maior. O que estamos querendo fazer é comparar dois conjuntos: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ e $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots\}$, ou seja, o conjunto dos números naturais considerando o zero um número natural e o conjunto dos números naturais sem o zero. Infelizmente não existe um acordo entre os matemáticos se o zero é de fato um número natural ou não. É quase uma questão de gosto; para uns é, para outros não é. Eu sou do time que considera o zero um número natural. Voltando à história da comparação de conjuntos, como decidimos se um conjunto é maior que outro? Uma forma é contar quantos elementos cada um possui e estipular que aquele que possui a maior quantidade de elementos é o maior. Então uma maneira de reescrever a pergunta do título deste artigo de forma precisa é a seguinte: qual conjunto possui a maior quantidade de elementos, $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$?

A resposta mais comum a esta pergunta é que $\mathbb{N}$ possui mais elementos, já que o zero é um elemento de $\mathbb{N}$, mas não é um elemento de $\mathbb{N}^*$. O problema é que estes

[1]Professora do Departamento de Matemática da UFSC.

conjuntos possuem uma quantidade infinita de elementos. E como comparamos um número infinito de elementos com um número infinito de elementos mais um? Infinito não é um número, logo não podemos fazer contas com ele.

Aproveitando que estamos falando de conjuntos com uma quantidade infinita de elementos tenho uma historinha para contar para vocês. Quando eu estava na primeira fase da minha graduação em Bacharelado em Matemática, cursando a disciplina de Conjuntos Numéricos ministrada pela professora Carmem (a mesma do comitê editorial desta revista), ela terminou a aula um dia dizendo que na próxima aula aprenderíamos o conceito de um conjunto infinito (entende-se por um conjunto infinito aquele que possui uma quantidade infinita de elementos) e nós achamos o máximo! Saímos da aula empolgadíssimos que na próxima aprenderíamos um conceito sofisticado, complexo e todos os adjetivos que uma mente jovem e empolgada pode imaginar. Para nossa surpresa a professora iniciou a próxima aula com um outro assunto qualquer e nós frustrados a indagamos se não íamos definir o que era um conjunto infinito. Ela havia se esquecido da promessa feita na aula anterior. Então ela, calmamente, como sempre, definiu: Um conjunto é infinito se ele não é finito. (Nota: um conjunto é denominado finito se ele possui uma quantidade finita de elementos.) E seguiu a aula... Frustração geral! Como podia ser tão simples e sem graça um conceito que envolvia o termo tão interessante e quase místico “infinito". Só muitos anos depois pude apreciar a beleza da definição apresentada pela professora Carmem. Se você não achou nada de interessante nela não se preocupe, você tem muito a descobrir ainda pelos terrenos verdejantes do maravilhoso mundo da Matemática.

Voltando ao problema, agora que a pergunta está formalmente formulada vamos em busca da resposta. Como comentei anteriormente poderíamos responder esta pergunta em uma linha, mas aí não teria graça e nem artigo. O interessante é, em vez de buscarmos a resposta completa diretamente, tentarmos construí-la. E isso é uma prática extremamente importante para quem quer fazer Matemática. Mas como fazemos isso? Muitos de você podem pensar que não saberiam nem por onde começar. Ora, comecemos por algo que conhecemos. Não queremos contar quantos elementos um dado conjunto possui? Então vamos fazer isso com conjuntos que sabemos contar quantos elementos eles possuem, os conjuntos finitos.

Minha mãe mora com dois gatos: o Mel e o Nicholas. Como sabemos que são dois? Contamos, certo? O Mel é um e o Nicholas é o outro. Até aqui nada de novo, fazemos isso o tempo todo quando contamos algo. Mas que ideia matemática está por trás da contagem? Estamos associando ao Mel o número 1 e ao Nicholas o número 2. Vocês conseguem a partir disto encontrar dois conjuntos? Afinal de contas queremos contar quantos elementos um determinado conjunto possui. Se estamos querendo fazer um exemplo simples disto precisamos de dois conjuntos: um conjunto é o que possui como elementos somente os números 1 e 2, ou seja, $M = \{1, 2\}$; o outro é o conjunto que possui como elementos os gatos da minha mãe, $G = \{\text{Mel}, \text{Nicholas}\}$. E que tipo de coisa em Matemática associa elementos de um conjunto com elementos de um outro conjunto? Pense mais um pouco, não desista ainda! Funções! Talvez você ainda não saiba o que é uma função, então por isso vamos definir:

Definição: Uma *função* f de um conjunto A em um conjunto B é uma relação que associa a cada elemento de A um único elemento de B. O conjunto A é denominado *domínio* de f e o B, *contradomínio* de f.

Um função é constituída de três partes: domínio, contradomínio e lei de formação. Esta lei de formação é uma regra que associa a cada elemento de um conjunto A um único elemento de um conjunto B. Existem várias formas de representar uma função. Algumas delas são, por exemplo:

1. em palavras: a função que associa a cada aluno de uma determinada sala de aula a cidade onde nasceu. Qual é o domínio desta função? O conjunto cujos elementos são os alunos da sala de aula em questão. Qual é o contradomínio desta função? O conjunto de todas as cidades do planeta terra (considerando que todos os alunos são terráqueos). Qual é a lei de formação? É aquela que quando escolhemos um aluno nos diz onde ele nasceu.

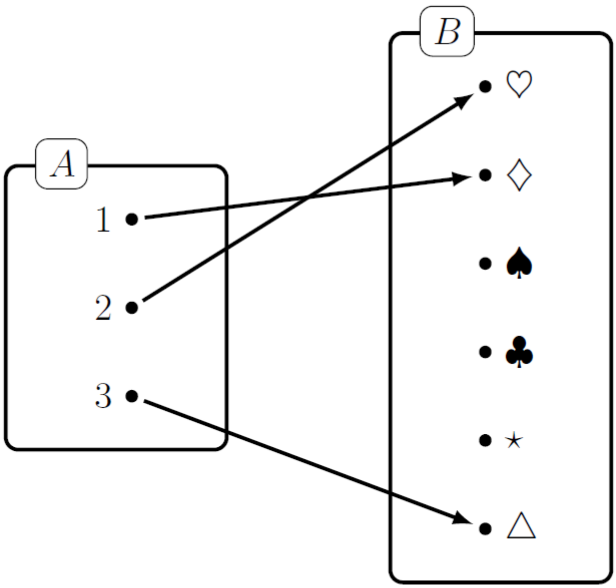
2. através de diagramas (ver figura na próxima página):

   Qual é o domínio desta função? O conjunto $A = \{1, 2, 3\}$. Qual é o contradomínio desta função? O conjunto $B = \{\heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit, \clubsuit, \star, \triangle\}$. Qual é a lei de formação? É aquela que associa o número 1 ao $\diamondsuit$, o número 2 ao $\heartsuit$ e o número 3 ao $\triangle$. Se denotarmos esta função por f podemos escrever o descrito anteriormente da seguinte forma: $f(1) = \diamondsuit$, $f(2) = \heartsuit$ e $f(3) = \triangle$.

3. através de símbolos matemáticos: sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ e considere a seguinte função:

   $$\begin{array}{rccl} f: & A & \longrightarrow & B \\ & x & \longmapsto & 2x \end{array}.$$

   A notação acima quer dizer que cada elemento de A é associado ao elemento de B que é o dobro do elemento escolhido de A, ou seja, a lei de formação desta função é $f(x) = 2x$.



Naturalmente, em Matemática se trabalha mais com funções que podem ser descritas por símbolos. Normalmente, fazemos algumas convenções e nos referimos à função f simplesmente pela sua lei de formação, por exemplo, $f(x) = 2x$. Mas é muito importante não esquecer que uma função é constituída de três partes: domínio, contradomínio e lei de formação. Uma mesma lei de formação pode estar associada a duas funções diferentes. Por exemplo, se considerarmos

$$\begin{array}{rccl} g: & \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ & x & \longmapsto & 2x \end{array},$$

esta função é diferente da função f apresentada anteriormente, pois possuem domínio e contradomínio diferentes, apesar de possuírem a mesma lei de formação.

Essa é uma boa hora para definirmos o que é a imagem de uma função. A *imagem de uma função* por definição é o subconjunto do contradomínio constituído de todos os elementos do contradomínio que estão associados a algum elemento do domínio. Em símbolos, se uma função f é dada por

$$f: \quad A \longrightarrow B$$

então a imagem de f que é denotada por $\text{Im}(f)$ é o conjunto

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{B} \,|\, \text{existe } x \in \mathbb{A} \text{ tal que } f(x) = y\}.$$

Vejamos as imagens das funções descritas anteriormente.

1. A imagem da função que associa a cada aluno de uma determinada sala a cidade onde ele nasceu é justamente o conjunto cujos elementos são as cidades onde eles nasceram.

2. A imagem da função descrita pelo diagrama é o conjunto $\text{Im}(f) = \{\diamondsuit, \heartsuit, \triangle\}$.

3. A imagem da função f descrita através de símbolos matemáticos é o conjunto $\text{Im}(f) = \{2, 4, 6\}$.

Quando uma função é tal que seu contradomínio é igual à sua imagem nós a denominamos *sobrejetora* (normalmente aprendemos isso dizendo que não sobra ninguém no contradomínio da função).

Nos exemplos apresentados anteriormente somente a terceira função é sobrejetora. Pois na primeira, como em geral uma turma tem de 30 a 50 alunos, a quantidade de cidades onde eles nasceram com certeza é menor que o total de todas as cidades do mundo. Já no segundo exemplo, por exemplo, $\star \notin$ Im(f).

Temos um outro conceito a definir que é o de função injetora. Em palavras, uma função é denominada *injetora* se cada elemento da imagem está associado a um único elemento do domínio. Vamos voltar ao exemplo (1) da função que associa cada aluno de uma sala a sua cidade natal. Digamos que temos dois alunos nesta sala, Jucavo e Rodrigo, e ambos nasceram em Florianópolis. Logo, Jucavo está associado a Florianópolis assim como o Rodrigo. Portanto, esta função não é injetora. Já nos exemplos (2) e (3), temos duas funções injetoras, pois cada elemento da imagem está associado a um único elemento do domínio.

Você deve ter observado que o exemplo (3) é o único exemplo de uma função que é injetora e sobrejetora ao mesmo tempo. Estas funções que são simultaneamente injetoras e sobrejetoras são denominadas *funções bijetoras*.

Agora que já temos uma boa ideia do que é uma função, ao contarmos quantos gatos minha mãe possui estamos criando uma função do conjunto $M = \{1, 2\}$ no $G = \{\text{Mel}, \text{Nicholas}\}$ que possui uma propriedade importante: dado qualquer elemento de G temos um único elemento de M associado a ele, ou seja, temos uma função bijetora! O modo de verificar se dois conjuntos quaisquer (mesmo com uma quantidade infinita de elementos) possuem a mesma quantidade de elementos deve ser esse, de ter uma função bijetora entre eles.

Isso nos motiva a dar a seguinte definição.

Definição: Dois conjuntos A e B possuem a mesma quantidade de elementos se existe uma função bijetora entre A e B, ou seja, se existe uma função

$$f: \quad A \quad \longrightarrow B$$

de modo que f seja bijetora.

Finalmente podemos responder à pergunta do título deste artigo. A esta altura você deve ter percebido que para respondermos a ela devemos ter em mãos alguma função que seja bijetora. Será que conseguimos criar uma função entre $\mathbb{N}$ e $\mathbb{N}^*$ que seja injetora? Considere a seguinte função:

$$\begin{array}{rcl} f: & \mathbb{N} & \longrightarrow \mathbb{N}^* \\ & x & \longmapsto x+1 \end{array}.$$

Essa função é injetora, pois cada elemento de $\mathbb{N}^*$ está associado a um único elemento de $\mathbb{N}$. Uma maneira de demonstrar isso formalmente é a seguinte.

Considere dois elementos $x, y \in \mathbb{N}$, tais que $f(x) = f(y)$. Para mostrarmos que f é injetora temos que mostrar que $x = y$, pois caso contrário existiriam dois elementos diferentes do domínio associados a um mesmo elemento da imagem. Agora

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x + 1 = y + 1 \Rightarrow x = y,$$

como queríamos demonstrar.

Mas será que esta função também é sobrejetora? Para ela ser sobrejetora, dado um elemento z de $\mathbb{N}^*$ qualquer deveríamos ser capazes de encontrar algum elemento de $\mathbb{N}$ de modo que este elemento somado a 1 fosse igual a z. Perceba que se escolhermos $z-1$ este elemento satisfaz esta propriedade, já que $(z-1)+1 = z$, ou seja, $f(z-1) = z$. A última pergunta que temos que responder é se $z-1$ de fato é um elemento de $\mathbb{N}^*$; mas, ele é, pois um número natural não nulo menos 1 é sempre um número natural.

Portanto, temos uma bijeção entre $\mathbb{N}$ e $\mathbb{N}^*$. Logo, eles possuem a mesma quantidade de elementos! Mas por que parece que $\mathbb{N}^*$ tem um elemento a menos que $\mathbb{N}$? Essa aparente contradição se deve ao fato destes conjuntos possuírem uma quantidade infinita de elementos.

Um bom exercício para quem gostou deste assunto é o seguinte: se dois conjuntos não possuem a mesma quantidade de elementos, como decidir usando funções qual dos dois conjuntos tem mais elementos?

Dica: desenhe uma função injetora entre dois conjuntos finitos com quantidade diferente de elementos.

Eu disse em algum momento no artigo que infinito não é um número, logo não podemos fazer contas com ele. Mas existe toda uma teoria na qual o infinito pode ser tratado como um tipo de número. Isso já é uma outra história, quem sabe para um outro artigo.

Sobre Dois Problemas de Extremos em Geometria

José Luiz Rosas Pinho [1]

pinho@pet.mtm.ufsc.br

No número 10 desta Revista propus dois problemas de extremos em geometria plana sob o desafio de resolvê-los sem usar Cálculo Diferencial. São eles:

1. *Encontrar dentre todos os triângulos retângulos cujo <u>perímetro</u> é dado aquele que tem hipotenusa <u>mínima</u>.*
2. *Considere a circunferência de centro no ponto $(0,0)$ e raio 2. Considere os pontos $A(0,4)$ e $B(6,4)$. Encontre as coordenadas do ponto P na circunferência de modo que a medida do ângulo $A\hat{P}B$ seja máxima.*

Dois alunos do Curso de Matemática da UFSC, Eduardo Pandini de Barros e Leonardo Businhani Biz, apresentaram uma solução para o problema 1 (ver a seção Solução dos Problemas Propostos deste número da Revista). A bela solução do Eduardo e Leonardo, embora não use ferramentas do Cálculo, é uma solução analítica. Apresento a seguir uma solução não analítica, ou seja, que utiliza argumentos "puramente"geométricos (geometria sintética).

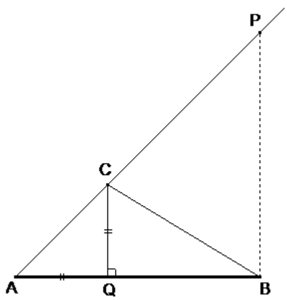
Consideremos antes o seguinte problema, parecido com o problema 1:

Encontrar dentre todos os triângulos retângulos cuja <u>soma dos catetos</u> é dada aquele que tem hipotenusa mínima.

Obviamente a soma dos catetos não determina o perímetro do triângulo e, portanto, este problema é diferente daquele outro. A existência de uma hipotenusa mínima não é, a priori, um fato óbvio, mas utilizando argumentos algébricos, através do teorema de Pitágoras, podemos concluir que a hipotenusa será mínima quando o produto dos catetos for máximo. Esse problema é bem conhecido e pode ser provado por uma simples desigualdade ou por uma simples construção geométrica em que vemos que a média aritmética (dos comprimentos) de dois segmentos é maior ou igual à média geométrica, e a igualdade ocorre se, e somente se, os dois segmentos forem congruentes.

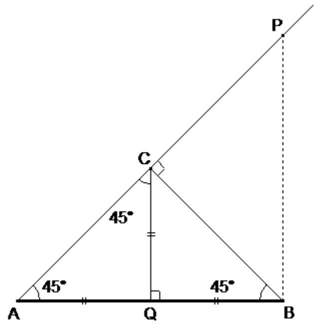
[1] Professor do Departamento de Matemática da UFSC.

Vejamos então a seguinte resolução por meio de construção geométrica. Consideremos o segmento $\overline{\mathbf{AB}}$ cujo comprimento é igual à soma fixada dos comprimentos dos dois catetos. Por uma de suas extremidades, por exemplo, o ponto **A**, tracemos uma semirreta formando com o segmento um ângulo de $45°$. Seja **P** o ponto de intersecção da perpendicular a $\overline{\mathbf{AB}}$ pelo ponto **B** com aquela semirreta. Então, qualquer que seja o ponto **C** entre **A** e **P**, o segmento $\overline{\mathbf{BC}}$ será a hipotenusa de um triângulo retângulo $\triangle$**QBC** em que o vértice **Q** é a projeção do ponto **C** sobre $\overline{\mathbf{AB}}$:

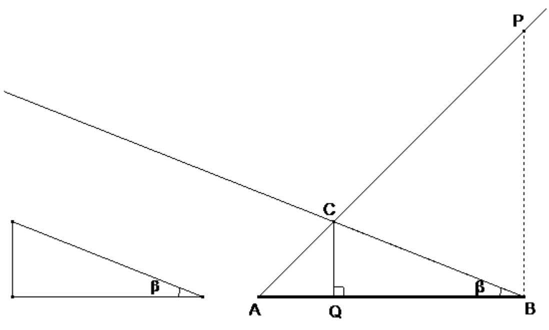


Além disso, esse triângulo é tal que a soma dos comprimentos de seus catetos é igual ao comprimento de $\overline{\mathbf{AB}}$, pois como $\mathbf{Q\hat{A}C=45}°$ e $\mathbf{A\hat{Q}C=90}°$, então **AQ=QC**. Segue que **QC+QB=AQ+QB=AB**.

Quando a hipotenusa será mínima, ou seja, para que ponto **C** em $\overline{\mathbf{AP}}$ o segmento $\overline{\mathbf{BC}}$ terá comprimento mínimo? Ora, isso ocorrerá se **C** for a projeção do ponto **B** sobre $\overline{\mathbf{AP}}$, ou seja, se $\overline{\mathbf{BC}}$ for perpendicular a $\overline{\mathbf{AP}}$. Nesse caso, de $\mathbf{A\hat{C}Q=45}°$ e $\mathbf{B\hat{C}P=90}°$, teremos $\mathbf{Q\hat{C}B} = \mathbf{Q\hat{B}C=45}°$ e, portanto, o triângulo $\triangle$**QBC** será isósceles.



Uma pergunta que deve ser feita ainda é: todos os possíveis triângulos cujas somas dos comprimentos dos catetos são iguais ao comprimento **AB** podem ser construídos dessa maneira? (pois, senão, poderíamos estar perdendo a solução mínima). A resposta é simples: considere um triângulo retângulo qualquer com a propriedade de que a soma dos comprimentos dos catetos sejam iguais ao comprimento **AB**. Seja βo ângulo do vértice **B**(ou de um de seus ângulos agudos). Transportando β de modo que a semirreta $\overrightarrow{\mathbf{BA}}$ seja um de seus lados e que o outro lado esteja no mesmo semiplano do ponto P em relação à reta $\overleftrightarrow{\mathbf{AB}}$, então tal lado interceptará o segmento $\overline{\mathbf{AP}}$ em um ponto **C** que formará o triângulo retângulo desejado (note que, como $\mathbf{B\hat{A}P=45}^\circ$ e β agudo, teremos $\mathbf{B\hat{A}P} + \mathbf{A\hat{B}C} < \mathbf{135}^\circ < \mathbf{180}^\circ$).

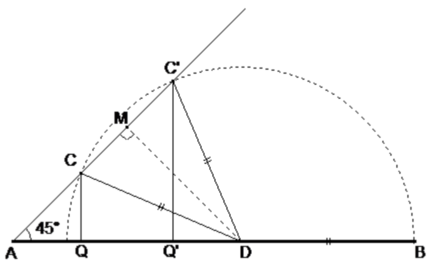


Essa construção nos permite perceber ainda porque o problema não admite uma hipotenusa de comprimento máximo: esse comprimento pode ficar tão próximo quanto queiramos (porém menor) do comprimento **AB**.

Voltemos agora ao problema 1:

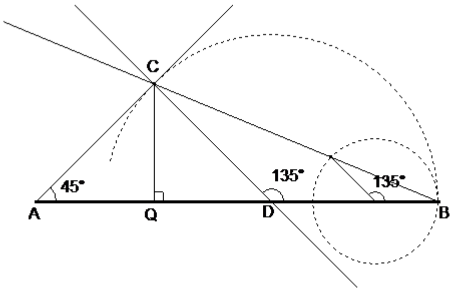
Encontrar dentre todos os triângulos retângulos cujo perímetro é dado aquele que tem hipotenusa mínima.

Vejamos como construir triângulos retângulos cujo perímetro é dado. Consideremos o segmento $\overline{\mathbf{AB}}$ cujo comprimento agora é igual ao perímetro fixado de qualquer um desses triângulos. Por uma de suas extremidades, por exemplo, o ponto **A**, tracemos uma semirreta formando com o segmento um ângulo de $45°$. Se **D** e **C** forem, respectivamente, pontos de $\overline{\mathbf{AB}}$ e daquela semirreta tais que **DB=DC**, então o triângulo retângulo $\triangle$**QDC**, em que o vértice **Q** é a projeção do ponto **C** sobre $\overline{\mathbf{AB}}$, será um triângulo retângulo com o perímetro dado:



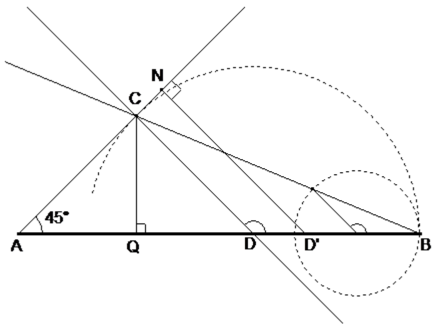
Observemos que, dependendo da posição do ponto **D** sobre $\overline{\mathbf{AB}}$ poderemos obter dois pontos **C** e **C'** sobre a semirreta, com projeções **Q** e **Q'** respectivamente formando dois triângulos retângulos com o perímetro dado,$\triangle$**QDC** e $\triangle$**Q'DC'**. Pois, como **AQ=QC**, **AQ'=Q'C'** e **DC=DC'=DB**, temos que **QC+QD+DC=AQ+QD+DB=AB** e **Q'C'+Q'D+DC'=AQ'+Q'D+DB=AB**. Esses triângulos são congruentes (por quê?).

A hipotenusa será mínima quando o ponto **D** for tal que a distância de **D** a **B** for a menor possível, de modo que a circunferência de centro em **D** e raio **DB** intercepte a semirreta em um ponto **C**. Isso ocorrerá quando essa circunferência for tangente a essa semirreta em **C**. Nesse caso, $\mathbf{B\hat{D}C=135}°$. O ponto **D**, a circunferência e o correspondente ponto **C** podem ser obtidos, por construção, através de uma homotetia de centro **B**, conforme a figura abaixo:

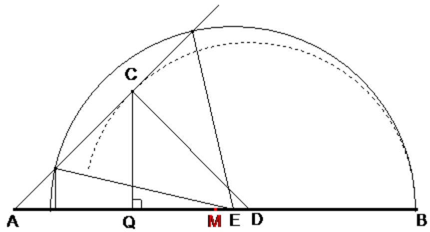


Nesse caso, $\mathbf{Q\hat{C}D} = \mathbf{Q\hat{D}\,C}$**=45**$^\circ$ e o triângulo que terá a menor hipotenusa será o triângulo retângulo isósceles.

Se **D'** for qualquer ponto entre **D** e **B** então **D'B**$<$**DB=DC**$<$**D'N** e, portanto, não existirá hipotenusa menor do que $\overline{\mathbf{DC}}$.

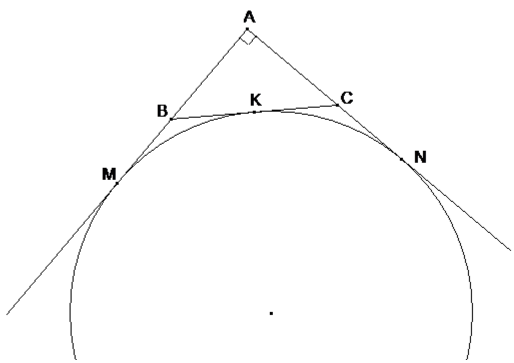


Quanto à pergunta de todos os triângulos retângulos cujos perímetros são iguais ao comprimento **AB** poderem ser construídos da maneira acima, podemos dizer que sim, da mesma maneira como foi respondido para o problema anterior: basta observar que todo ponto **E**, entre o ponto médio **M** de **AB** e o ponto **D** (vértice que nos dá a solução da hipotenusa mínima), será a extremidade de uma hipotenusa de um triângulo retângulo cujo perímetro é **AB**. O ponto **E** será o vértice de um ângulo agudo que variará entre um ângulo tão próximo quanto se queira de zero grau e um ângulo agudo menor que e tão próximo quanto se queira de 45° (e portanto o outro ângulo agudo variará entre um ângulo tão próximo quanto se queira de 90° e um ângulo agudo maior do que 45° e tão próximo quanto se queira de 45°).



Podemos observar ainda que esse problema é equivalente ao seguinte problema de minimização:

Dado um ângulo de vértice ***A*** *igual a* 90° *(ou qualquer outro ângulo) e dada uma circunferência tangente aos lados desse ângulo nos pontos* ***M*** *e* ***N*** *respectivamente, mostrar que o segmento* $\overline{\boldsymbol{BC}}$*, com* ***B*** *entre* ***A*** *e* ***M****, e* ***C*** *entre* ***A*** *e* ***N****, tangente à circunferência no ponto* ***K*** *e que tem comprimento mínimo é aquele tal que o triângulo* $\triangle \boldsymbol{ABC}$ *é isósceles, com* ***AB = AC****.*

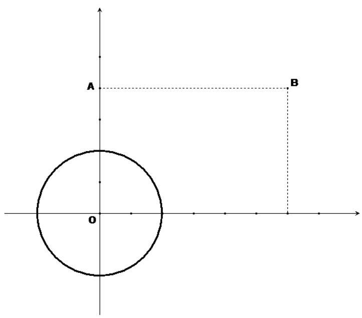


Como **BK=BM**, **CK=CN** e **AM=AN**, então o perímetro do triângulo $\triangle$**ABC** será igual a **AB+BC+AC=AB+BK+CK+AC=(AB+BM)+(CN+AC)=AM+AN=2AM**. Assim, qualquer que seja o triângulo $\triangle$**ABC** com **B** entre **A** e **M**, e **C** entre **A** e **N**, e com $\overline{\mathbf{BC}}$ tangente à circunferência, o seu perímetro será constante a igual a **2AM**.

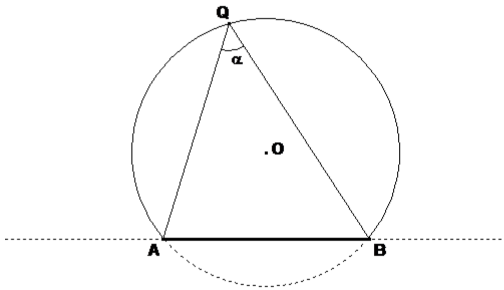
Não é fácil de ver, senão impossível, usando apenas argumentos puramente geométricos nessa configuração para solucionar o problema, que a resposta é o triângulo isósceles com **AB = AC**. Assim, o problema é resolvido de forma satisfatória usando a análise feita anteriormente.

Vejamos agora o problema 2:

Considere a circunferência de centro no ponto $(0,0)$ *e raio* 2*, e considere os pontos* $A(0,4)$ *e* $B(6,4)$*. Encontre as coordenadas do ponto* P *na circunferência de modo que a medida do ângulo* $\mathbf{A\hat{P}B=45}^\circ$ *seja máxima.*

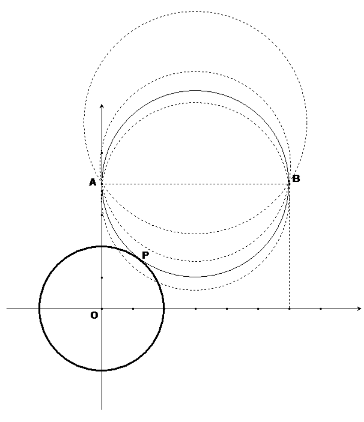


Seja **O** o ponto de coordenadas $(0,0)$ como na figura. Para encontrarmos o ponto **P** da circunferência de centro **O** e raio 2 tal que a medida $\mathbf{A\hat{P}B}$ seja máxima, basta considerar os *arcos capazes* de diversos ângulos em relação ao segmento $\overline{\mathbf{AB}}$. Lembramos que o arco capaz de um ângulo α em relação a um segmento $\overline{\mathbf{AB}}$ é um arco de circunferência, em um dos semiplanos definidos pela reta $\overleftrightarrow{\mathbf{AB}}$, tal que qualquer ponto **Q** sobre ele satisfaz $\mathbf{A\hat{Q}B} = \alpha$. De fato, o ângulo **AQB** será um ângulo inscrito na circunferência que contém aquele arco, e portanto $\mathbf{A\hat{Q}B} = \dfrac{med(AB)}{2}$, sendo *med(AB)* a medida do arco **AB**, ou seja, a medida $\mathbf{A\hat{O}B}$ do ângulo central de vértice no centro da circunferência que contém o arco capaz:

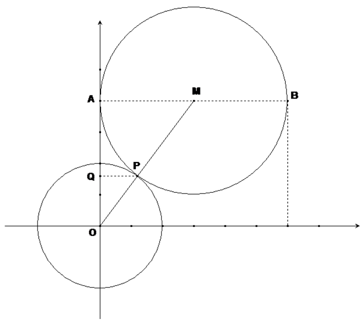


Pode-se verificar sem dificuldade que qualquer ponto do semiplano que contém o ponto **Q** e que está no interior do círculo de centro **O** será o vértice de um ângulo com lados passando por **A** e por **B**, cuja medida é maior do que α. Além disso, qualquer ponto daquele semiplano, que está no exterior do círculo de centro **O**, será o vértice de um ângulo com lados passando por **A** e por **B** cuja medida é menor do que α. Portanto, o arco capaz é o *lugar geométrico* dos pontos do semiplano que formam com **A** e com **B** um ângulo α, ou seja, é o maior conjunto do semiplano cujos pontos formam com **A** e com **B** um ângulo α.

A solução do nosso problema será então o ponto de tangência **P** da circunferência de centro **O** e raio 2 com uma circunferência de centro na mediatriz de $\overline{\mathbf{AB}}$ que passa por **A** e por **B**:



Observamos agora que o ponto médio **M** do segmento $\overline{\mathbf{AB}}$ forma com os pontos **A** e **O** um triângulo retângulo de catetos de medidas 3 e 4. Portanto, a distância **OM** é igual a 5. O lado $\overline{\mathbf{OM}}$ intercepta a circunferência em um ponto **C**, e como **OC = 2**, concluímos que **MC = 3**, ou seja, igual a **MA**. Logo, o centro da circunferência que passa por **A** e **B**, e é tangente à circunferência de centro **O** e raio 2 é o próprio ponto **M**. O ponto **C** é o ponto de tangência **P** procurado.



Seja **Q** a projeção do ponto **P** no eixo y. Então $\triangle$**OQP** e $\triangle$**OAM** são triângulos semelhantes. Segue que:

$$\frac{QP}{AM} = \frac{OQ}{OA} = \frac{OP}{OM} = \frac{2}{5}$$

Ou seja,

$$\frac{QP}{3} = \frac{OQ}{4} = \frac{2}{5}$$

Então, $\mathbf{QP} = \frac{6}{5}$ e $\mathbf{OQ} = \frac{8}{5}$, ou seja **P** tem coordenadas $\left(\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right)$.

Seções

Curiosidades

- **Erdös: Um Grande Matemático**

No dia 26 de março de 2013, completou-se cem anos do nascimento de Paul Erdos, um dos maiores matemáticos do século passado. Famoso por ser um dos matemáticos com mais publicações em toda história da matemática, com um trabalho comparável apenas ao de Euler, e por sua personalidade excêntrica. Nasceu em Budapeste, na época pertencente ao império Austro-Húngaro, filho de professores de matemática, dentro de uma família de origem judaica. Devido ao crescimento do anti-semitismo na europa nesta época, mudou-se para os Estados Unidos, e nessa época adquiriu o hábito de viajar de campus em campus das faculdades. Sendo assim, publicou muitos artigos com uma variedade de colegas, fazendo de si mesmo um dos matemáticos que mais trabalhou em conjunto com outros matemáticos. Devido a este fato, criaram o número de Erdos. Apenas o próprio possui o número de Erdos igual a 0. Matemáticos que escreveram algum artigo com Erdos, possuem número de Erdos 1. Matemáticos que escreveram artigos com matemáticos que possuem número 1, possuem número 2, e assim em diante.

- **O Último Universalista**

No dia 29 de abril de 2014, irá se completar 160 anos do nascimento de Heri Poincaré. Poincaré é considerado como um dos fundadores da topologia. Escreveu muitos artigos em áreas da matemática e física. É considerado por alguns como o último universalista da matemática (o último que tinha conhecimento de todas as áreas da matemática no seu tempo).

- **Medalha Fields**

Também no ano de 2014, acontecerá a premiação da medalha Fields, considerado por alguns como o Nobel da matemática (lembrando que não existe prêmio Nobel para matemática). A premiação ocorrerá em Seoul, Coréia do Sul. A premiação ocorre apenas de 4 em 4 anos.

- **Uma Curiosidade com Números de Três Algarismos**

Escolha qualquer número de três algarismos. Por exemplo: 234

Agora escreva este número na frente dele mesmo, assim: 234234

Divida por 13:

$\dfrac{234234}{13} = 18018$

O resultado obtido, divida por 11:

$\dfrac{18018}{11} = 1638$

Divida novamente o resultado, agora por 7:

$\dfrac{1638}{7} = 234$

Viu só? O resultado é o numero de três algarismos que você escolheu: 234. Pode experimentar com qualquer outro número de três algarismos. O resultado será sempre o mesmo.

De nossos alunos

Por que nunca me falaram disso?

Josiane Marina Hoffmann [1] e Mauricio Policarpo[2]

josii_floripah@hotmail.com e maupolicarpo@gmail.com

Resumo: O presente artigo mostra a opinião de dois estudantes de Matemática, que estão na metade da graduação, sobre o que é ser matemático, o que ele faz e o que é necessário para se tornar matemático.

A ideia do artigo surgiu por causa das dúvidas que tivemos no processo de escolha de nossa profissão. Pensamos em deixar nossa opinião sobre possíveis esclarecimentos dessas dúvidas, já que agora passaram-se alguns meses e continuamos no curso escolhido: matemática. Esperamos que jovens que pretendem cursar matemática e têm pouco conhecimento do curso possam estar cientes do que é estudado e das oportunidades que ele oferece.

O que é ser matemático? O que ele faz? O que é necessário para se tornar um matemático? Essas são as questões que explanaremos no artigo. Questões que normalmente surgem para um aluno do ensino médio indeciso em qual carreira irá seguir, mas tem "matemático"em sua lista de possíveis profissões. O objetivo de nosso artigo é dar nossa opinião sobre uma possível resposta para cada uma dessas três questões, tendo ciência que é muito difícil encontrar livros matemáticos ou filosóficos sobre o assunto (que gera dúvida até entre matemáticos). Por isso, buscamos concretizar nossa opinião analisando a vida de um matemático.

Mas tivemos outra ideia: responder essas questões conhecendo a vida de um matemático atual e de um matemático antigo, podendo, assim, analisar as diferenças entre as respostas de nossas questões conforme a mudança dos anos. Porém, tivemos grande dificuldade de encontrar livros referentes ao tema. Dos livros que buscamos e que foram lidos, percebemos que as imagens do esperado antes da leitura (obtido lendo-se a sinopse) foram diferentes das imagens do observado depois da leitura. Mais precisamente, pensávamos que os livros falariam sobre a vida de um matemático ou como a rotina da vida dele interfere em seus resultados de pesquisa. Mas os livros acabavam abordando aplicações matemáticas na vida cotidiana de qualquer pessoa ou abordava

[1] Bolsista da Olimpiada Regional de Matemática e Graduanda de Matemática-Licenciatura da UFSC.
[2] Bolsista da Olimpiada Regional de Matemática e Graduando de Matemática-Licenciatura da UFSC.

discussões sobre a formação de uma comunidade cientifica, não exclusivamente discussões da vida de um matemático.

Devido a essas dificuldades encontradas, voltamos nosso foco ao objetivo inicial, porém formando nossa opinião através da leitura de publicações/artigos da área (presentes nas referências). Quando falamos sobre algum matemático obviamente nos vem à mente alguma relação com matemática. De um modo geral, há muitas contradições nas concepções das pessoas sobre o que é ser matemático. As definições vão desde um matemático ser um professor de matemática até definições como para ser um matemático é necessário estudar muitos anos, não apenas ser um professor, mas um cientista, alguém que estude muito sobre um determinado assunto da matemática. Para nós, ser um matemático é sempre estar estudando matemática, independente da sua área de atuação, sempre estar disposto a buscar novos conhecimentos matemáticos e disposto a conversar/discutir matemática.

Caro leitor, perceberam quantas vezes a palavra matemática apareceu? Para muitos de vocês pode ter surgido a seguinte pergunta: o que é matemática? Em nossas leituras, percebemos que a concepção do que é matemática muda ao longo da história. Se buscarmos no dicionário, encontraremos que matemática é a ciência da quantidade e do espaço. Mas de modo geral, a "Matemática, como expressão de mente humana, reflete a vontade ativa, a razão contemplativa e o desejo da perfeição estética. Seus elementos básicos são a lógica e a intuição, a análise e a construção, a generalidade e a individualidade"[3].

Poderíamos selecionar vários matemáticos e questioná-los sobre a definição de matemática e, com certeza, teríamos muitas respostas parecidas, porém pouquíssimas respostas iguais. Por que isso ocorre? Deixamos aqui uma pergunta a ser abordada mais adiante, pois precisamos de mais conteúdo para analisá-la.

Não é de se contestar que a matemática é uma ciência exata, pois ela é construída, quase que em sua totalidade, baseada em fatos/demonstrações. Se queremos provar que alguma afirmação é verdadeira, devemos utilizar os fatos matemáticos que temos como ferramenta na concretização de sua demonstração e consequente prova. Temos o exemplo de teoremas, que são afirmações que foram ou podem ser demonstradas. Na matemática, a partir do momento que uma afirmação é demonstrada, ela é considerada uma verdade matemática e valerá para sempre.

A matemática possui duas principais divisões: matemática pura e matemática aplicada. A matemática pura é a parte da matemática que tem a preocupação de encontrar novos fatos matemáticos, utilizando o que já é considerado verdadeiro, não se preocupando com a aplicação dos resultados obtidos. Já a matemática aplicada faz um estudo direcionado à alguma aplicação. A álgebra, a geometria e a análise são exemplos de disciplinas da matemática pura. Já a programação linear, a probabilidade, a estatística e a matemática financeira são exemplos de disciplinas da matemática aplicada.

Leitor, se você pensa em ser um matemático, conhecer as divisões da matemática é de suma importância. Assim, você já tem uma idéia do que você aprenderá durante sua formação profissional. Lembrando que sempre é bom conhecer o currículo do curso, pois nele você tem acesso às disciplinas vistas durante a graduação.

Pensando em falar um pouco mais sobre a formação de um matemático, daremos um exemplo da formação do estudante de graduação em Matematica-Bacharelado do curso oferecido pela Universidade Federal de Santa Catarina. A duração da graduação é de no mínimo três anos e meio e no máximo sete anos. Durante a graduação são vistas disciplinas fundamentais para o aprofundamento da mesma em uma possível especialização. Algumas delas são: álgebra, álgebra linear, geometria, cálculo, programação linear e laboratório de matemática computacional. Depois de graduado, o estudante tem a possibilidade de fazer um mestrado, com duração máxima de dois anos, voltado à matemática pura ou aplicada.

Depois do mestrado ainda há a possibilidade de fazer doutorado, com duração aproximada de quatro anos, se especializando em alguma das inúmeros áreas da matemática. Depois de terminado o doutorado, pode-se fazer um concurso para lecionar em uma universidade e também há a possibilidade de tornar-se pesquisador. Neste caso, escolhe-se uma área da matemática em que deseja realizar a pesquisa.

Além disso, é oferecido o curso de Matemática-Licenciatura com a duração mínima de três anos e meio e no máximo sete anos. Sendo que este curso é oferecido com o objetivo de formar professores para o ensino fundamental e médio, mas isso não impede que o mestrado seja feito.

Percebemos agora algumas possibilidades de respostas para a pergunta deixada em aberto, questionando o motivo de tantos matemáticos terem concepções parecidas, mas pouquíssimas iguais, da definição de matemática. Pensamos que o maior motivo disso ocorrer é o fato de que os matemáticos têm inúmeras áreas nas quais se especializam e realizam suas pesquisas. Isso acaba contribuindo para uma certa focalização do assunto e, quando questionados sobre a definição de matemática, há uma tendência da resposta ser voltada aos assuntos nos quais eles estão pesquisando, ou que o matemático nos fale uma definição que contenha traços relacionados à sua pesquisa. Essa é nossa observação, que pode ser aprimorada com estudos aprofundados do tema.

Temos conhecimento do preconceito que a matemática sofre na sociedade atual, devido à dificuldade de aprendizagem que muitos estudantes têm em sua formação básica. Podemos ter muitas justificativas para essas dificuldades encontradas na escola, porém, não nos cabe comentar a respeito. É importante ter consciência que para ser matemático é preciso ter um bom tempo para se dedicar ao estudo e sempre estar disposto a discussões.

Pode parecer estranho um artigo de matemática sem contas, mas é importante sabermos que matemática também é aberta a discussões, afinal é peça fundamental no processo de escolarização.

Referências:

[1] M. E. F. P. Nakamura, A escolha da profissão de matemático e concepções, UNESP - Rio Claro - FAPESP.

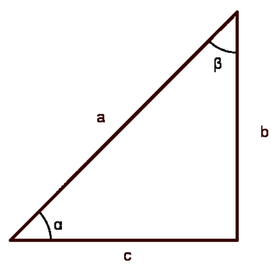
[2] P. J. Davis; R. Hersh, A Experiência Matemática, 1. ed., UNESP, São Paulo, 1995.

[3] COURANT, R., ROBBINS, H. O que é Matemática? Rio de Janeiro, Editora Ciência moderna Ltda.,2000

Soluções dos Problemas Propostos

1. Problema 1 (Proposto na Revista da ORM, número 10) Prove que, dentre todos os triângulos retângulos de perímetro dado, aquele que tem hipotenusa mínima é o triângulo isósceles (solução sem usar Cálculo Diferencial). Mostre que não existe um triângulo retângulo de perímetro dado que tenha hipotenusa máxima. Argumente, a priori, porque o problema deve ter solução para hipotenusa mínima e não tem hipotenusa máxima.

   Resolução de Eduardo Pandini Barros e Leonardo Businhani Biz (alunos do curso de Matemática da UFSC, e bolsistas do PET Matemática)



Seja k o perímetro dado. Então:

$$a + b + c = k \text{ (*)}$$

Sejam α e β ângulos agudos do triângulo, eles são complementares, logo: $sen(\alpha) = cos(\beta)$, ou seja,

$$asen(\alpha) = b$$
$$asen(\beta) = c = acos(\alpha)$$

Substituindo em $(*)$

$$a + asen(\alpha) + acos(\alpha) = k$$

$$a[1 + sen(\alpha) + cos(\alpha)] = k$$
$$a = \frac{k}{[1 + sen(\alpha) + cos(\alpha)]}$$

a é mínimo quando $a + sen(\alpha) + cos(\alpha)$ é máximo.

$1 + sen(\alpha) + cos(\alpha)$ é máximo quando $sen(\alpha) + cos(\alpha)$ é máximo.

$sen(\alpha) + cos(\alpha)$ é máximo quando $[sen(\alpha) + cos(\alpha)]^2$ é máximo $(sen(\alpha) > 0$ e $cos(\alpha) > 0)$. Assim, $[sen(\alpha) + cos(\alpha)]^2 = sen^2(\alpha) + 2sen(\alpha)cos(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1 + 2sen(\alpha)cos(\alpha)$.

$1 + 2sen(\alpha)cos(\alpha)$ é máximo quando $2sen(\alpha)cos(\alpha)$ é máximo.

$2sen(\alpha)cos(\alpha) = sen(2\alpha)$ é máximo em 1. Logo, $arcsen(2\alpha) = 1$

Mas, $2\alpha = \frac{\pi}{2} \leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \beta = \frac{\pi}{4} \rightarrow$ o triângulo é isósceles.

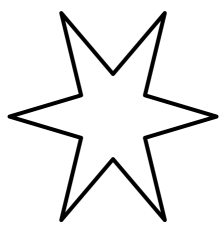
Problemas Propostos

Convidamos o leitor a enviar soluções dos problemas propostos e a sugerir novos problemas para as próximas edições. As melhores soluções serão publicadas na próxima edição e os autores receberão um exemplar da mesma (Veja "Informações Gerais").

1. *(Proposto pelo Professor Antônio Vladimir Martins, do Departamento de Matemática da UFSC)*

   A seguinte afirmação é falsa: "Se $A_1, A_2, ..., A_n$ não é um polígono convexo, então o polígono $B_1, B_2, ..., B_n$ sempre é convexo, onde $B_1, B_2, ..., B_n$ são pontos médios de $A_1, A_2, ..., A_n$". Ache um contra-exemplo.

2. *(Proposto pelo Professor Antônio Vladimir Martins, do Departamento de Matemática da UFSC)*

   a) Indicar como construir com régua e compasso a estrela da figura ao lado.

   b) Imagine a estrela formada por 12 fósforos idênticos. Usando como unidade o comprimento de um fósforo, mostre que é possível, regulando a abertura dos pontos, obter area(estrela)$= 9u^2$.

3. *(Proposto pelo Professor Antônio Vladimir Martins, do Departamento de Matemática da UFSC)*

   Seja $0° < \theta < 90°$. Quem é maior: $1+$ tg(θ) ou sen(θ) + cos(θ).

Premiados da ORM em Olimpíadas de Matemática

Premiados da ORM em Olimpíadas de Matemática

Airton José Schmitt Junior - Biguaçu
Medalha de Bronze na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 2)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Amadeo Zimermann - São Pedro de Alcântara
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Prata na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)
Medalha de Prata na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Ana Carolina de Medeiros da Silva - Joinville
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)

Anderson Negreli - São Bento do Sul
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Medalha de Prata na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 1)
Menção Honrosa na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Medalha de Prata na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 2)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

André Victória Matias - Criciúma
Menção Honrosa na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 1)
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 2)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)

Bruno da Silveira Dias - Florianópolis
Medalha de Ouro e Prêmio William Glenn Whitley na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XXXI Olimpíada Brasileira de Matemática em 2009 (Nível 1)

Bruno Leonardo Schneider - São José
Medalha de Bronze na I Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 1998 (Nível 1)
Medalha de Prata na II Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 1999 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XXI Olimpíada Brasileira de Matemática em 1999 (Nível 1)
Menção Honrosa na III Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2000 (Nível 2)

Menção Honrosa na IV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2001 (Nível 2)
Menção Honrosa na V Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2002 (Nível 3)
Medalha de Prata na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 3)
Medalha de Prata na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 3)

Bruno Mota - Joinville
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Bruno Nunes - Joinville
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 2)

Carlos Bruno Medeiros da Costa Pereira Neto - Joinville
Medalha de Bronze na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Medalha de Prata na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 1)

Medalha de Ouro na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Caroline da Silveira - Joinville
Medalha de Prata na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 2)

Clara Macedo Lage - Florianópolis
Menção Honrosa na XXXIV Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2012

Douglas Ohf - Joinville
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Eduardo Adelano Agostini Pasold - Timbó
Menção Honrosa na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)

Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)

Eduardo José Mendes - Biguaçu
Menção Honrosa na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 2)
Medalha de Ouro na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Eduardo Lennert Rammé - Joinville
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Medalha de Ouro na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 1)
Menção Honrosa na XXXIII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2011 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 1)

Elisangela Dornelles - Massaranduba
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 1)

Felipe Paupitz Schilichting - Florianópolis
Medalha de Ouro na II Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 1999 (Nível 1)

Menção Honrosa na XXI Olimpíada Brasileira de Matemática em 1999 (Nível 1)
Medalha de Ouro na III Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2000 (Nível 2)
Medalha de Ouro na IV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2001 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XXIII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2001 (Nível 2)
Medalha de Ouro na V Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2002 (Nível 3)
Medalha de Ouro na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 3)
Medalha de Ouro na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 3)

Fernanda Momm Antunes - Joinville
Menção Honrosa na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 1)
Medalha de Prata na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)

Fernando Luiz Alves Lapa - Joinville
Menção Honrosa na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Gabriel Augusto Moreira - Joinville
Menção Honrosa na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)

Gabriel Machado - Massaranduba
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Gislaine Hoffmann - Antônio Carlos
Medalha de Prata na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 1)
Medalha de Prata na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 2)
Medalha de Ouro na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 3)
Medalha de Bronze na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 3)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Giuliano Boava - Criciúma
Medalha de Ouro na II Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 1999 (Nível 3)
Medalha de Prata na XXI Olimpíada Brasileira de Matemática em 1999 (Nível 3)

Menção Honrosa na III Olimpíada Iberoamericana de Matemática Universitária em 2000
Medalha de Bronze na XXIII Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2001
Menção Honrosa na IV Olimpíada Iberoamericana de Matemática Universitária em 2001
Medalha de Prata na XXIV Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2002
Menção Honrosa na V Olimpíada Iberoamericana de Matemática Universitária em 2002
Medalha de Bronze na XXV Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2003
Medalha de Bronze (Third Prize) na X Internacional Mathematical Competition for University Students em 2003 - Cluj-Napoca, Romênia
Menção Honrosa na XXVI Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2004

Guilherme Rohden Echelmeier - Itajaí
Medalha de Prata na III Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2000 (Nível 1)
Medalha de Ouro na XXII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2000 (Nível 1)
Medalha de Ouro na IV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2001 (Nível 2)
Medalha de Ouro na V Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2002 (Nível 2)
Medalha de Prata na XXIV Olimpíada Brasileira de Matemática em 2002 (Nível 2)
Medalha de Ouro na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 3)
Medalha de Ouro na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 3)
Medalha de Ouro na VIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2005 (Nível 3)

Guilherme Weber Menon - Joinville
Menção Honrosa na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)

Gustavo Bernardo de Oliveira - Joinville
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 2)
Medalha de Ouro na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 3)

Gustavo Lisbôa Empinotti - Florianópolis
Medalha de Prata na XXVII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2005 (Nível 1)
Medalha de Ouro na IX Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2006 (Nível 2)
Medalha de Prata na XXVIII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2006 (Nível 2)
Medalha de Ouro e Prêmio William Glenn Whitley na X Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2007 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XXIX Olimpíada Brasileira de Matemática em 2007 (Nível 2)
Menção Honrosa na 13ª Olimpíada de Maio em 2007 (Nível 2)
Medalha de Ouro e Prêmio William Glenn Whitley na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 3)
Medalha de Bronze na XXX Olimpíada Brasileira de Matemática em 2008 (Nível 3)
Medalha de Bronze na XIX Olimpíada de Matemática do Cone Sul em 2008 - Temuco, Chile
Medalha de Prata na XXXI Olimpíada Brasileira de Matemática em 2009 (Nível 3)
Medalha de Bronze na LI Olimpíada Internacional de Matemática em 2010 - Astana, Cazaquistão
Medalha de Bronze na III Romanian Master in Mathematics em 2010
Medalha de Bronze na Asian Pacific Mathematics Olympiad em 2010
Medalha de Prata na 25ª Olimpíada Iberoamericana de Matemática em 2010 - Assunção, Paraguai
Medalha de Ouro na XXXII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2010 (Nível 3)
Menção Honrosa na IV Romanian Master in Mathematics em 2011
Medalha de Prata na Asian Pacific Mathematics Olympiad em 2011
Medalha de Bronze na LII Olimpíada Internacional de Matemática em 2011 - Amsterdã, Holanda

Hanna Kurihara e Silva - Florianópolis
Medalha de Bronze na II Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 1999 (Nível 1)

Menção Honrosa na III Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2000 (Nível 1)
Menção Honrosa na XXII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2000 (Nível 1)
Medalha de Bronze na IV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2001 (Nível 2)
Medalha de Ouro na V Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2002 (Nível 2)
Menção Honrosa na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 3)

Helena Carolina Rengel Koch - Jaraguá do Sul
Menção Honrosa na VIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2005 (Nível 1)
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 2)
Menção Honrosa na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)

Ivani Ivanova Ivanova - Blumenau
Menção Honrosa na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 2)
Medalha de Ouro na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 3)
Medalha de Ouro na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 3)

Medalha de Bronze na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 3)
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)
Medalha de Prata na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)

Janine Garcia - São Francisco do Sul
Menção Honrosa na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

João Marcos Carnieletto Nicolodi - Florianópolis
Medalha de Ouro na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XXX Olimpíada Brasileira de Matemática em 2008 (Nível 1)
Medalha de Ouro na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 2)

Julia Almeida Oliveira - Joaçaba
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 1)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 1)

Júlia Bertelli - Joinville
Medalha de Prata na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)

Medalha de Ouro e Prêmio William Glenn Whitley na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na XXXII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2010 (Nível 1)
Medalha de Prata na 17ª Olimpíada de Maio em 2011 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)

Julia Heck Deters - Itapiranga
Menção Honrosa na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)

Karina Livramento dos Santos - Navegantes
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Medalha de Prata na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Medalha de Prata na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 2)
Medalha de Prata na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 2)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Laiane Freitas Suzart - Joinville
Medalha de Bronze na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)

Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Leandro Augusto Lichtenfelz - Blumenau
Medalha de Ouro na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 3)
Medalha de Bronze na XXX Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2008
Medalha de Prata (Second Prize) na XVI Internacional Mathematical Competition for University Students em 2009 - Budapeste, Hungria

Leandro Jun Kimura - Joinville
Menção Honrosa na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Menção Honrosa na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 1)
Medalha de Prata na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Leandro Roza Livramento - Florianópolis
Menção Honrosa na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 3)
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 3)

Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 3)
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)

Leonardo Gonçalves Fischer - Fraiburgo
Medalha de Bronze na XXVII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2005 (Nível 1)
Medalha de Prata na IX Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2006 (Nível 2)
Menção Honrosa na 12ª Olimpíada de Maio em 2006 (Nível 1)
Medalha de Bronze na X Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2007 (Nível 2)
Medalha de Prata na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 3)

Leonardo Lennert Rammé - Joinville
Medalha de Bronze na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Leonard Henrrik Wodtke - Joinville
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Letícia Perini - Timbó
Menção Honrosa na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 1)
Menção Honrosa na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 1)

Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 2)
Menção Honrosa na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 3)
Menção Honrosa na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 3)

Lucas Bruno Barbosa Sandoval - Florianópolis
Medalha de Ouro na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 2)
Medalha de Bronze na IX Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2006 (Nível 3)
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 3)

Lucas Lolli Savi - Florianópolis
Medalha de Ouro na III Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2000 (Nível 2)
Menção Honrosa na XXII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2000 (Nível 2)
Medalha de Bronze na V Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2002 (Nível 3)

Luis Fernando Momm Antunes - Joinville
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)

Luiz Fernando Bossa - Brusque
Menção Honrosa na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 1)
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 2)

Medalha de Prata na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 3)
Medalha de Prata na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 3)
Medalha de Ouro na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 3)
Medalha de Prata na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)
Medalha de Ouro na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Mikhail Zimmer Heidrich - Lages
Menção Honrosa na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Medalha de Prata na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 1)
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Medalha de Ouro na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 2)

Natália Deyse Koch - Chapecó
Medalha de Ouro na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Prata na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 3)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)

Medalha de Bronze na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 3)

Natan Cardozo Leal - São Bento do Sul
Medalha de Ouro na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 1)
Medalha de Ouro na VIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2005 (Nível 2)
Menção Honrosa na IX Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2006 (Nível 2)
Medalha de Ouro na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 2)
Menção Honrosa na X Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2007 (Nível 3)
Medalha de Prata na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 3)
Medalha de Prata na XI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2008 (Nível 3)
Medalha de Prata na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 3)
Medalha de Prata na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 3)
Medalha de Prata na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 3)

Nicole Braga de Medeiros Nicolak - Joinville
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Bronze na X Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2007 (Nível 1)
Menção Honrosa na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Menção Honrosa na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 2)

Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)

Rafael Della Giustina Basilone Leite - Florianópolis
Medalha de Bronze na XXXIV Olimpíada Brasileira de Matemática em 2012 (Nível 1)
Medalha de Ouro na XV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2012 (Nível 1)

Renan Henrique Finder - Joinville
Medalha de Ouro na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 1)
Medalha de Prata na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 1)
Medalha de Prata na XXVI Olimpíada Brasileira de Matemática em 2004 (Nível 1)
Medalha de Ouro na VIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2005 (Nível 2)
Menção Honrosa na XXVII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2005 (Nível 2)
Medalha de Ouro e Prêmio William Glenn Whitley na IX Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2006 (Nível 2)
Medalha de Ouro na XXVIII Olimpíada Brasileira de Matemática em 2006 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 12ª Olimpíada de Maio em 2006 (Nível 2)
Medalha de Prata na XXIX Olimpíada Brasileira de Matemática em 2007 (Nível 3)
Medalha de Ouro na XVIII Olimpíada de Matemática do Cone sul em 2007 - Uruguai
Medalha de Prata na XXX Olimpíada Brasileira de Matemática em 2008 (Nível 3)
Medalha de Prata na 23ª Olimpíada Iberoamericana de Matemática em 2008 - Brasil
Medalha de Prata na 49ª Olimpíada Internacional de Matemática em 2008 - Madri, Espanha
Medalha de Prata na 50ª Olimpíada Internacional de Matemática em 2009 - Bremen, Alemanha
Medalha de Ouro na 24ª Olimpíada Iberoamericana de Matemática em 2009 - Santiago de Querétaro, México
Medalha de Ouro na XXXI Olimpíada Brasileira de Matemática em 2009 (Nível 3)
Medalha de Ouro na XXXII Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2010
Medalha de Ouro na XXXIII Olimpíada Brasileira de Matemática Universitária em 2011

Medalha de Ouro (First Prize) na XVIII International Mathematics Competition for University Students em 2011
Medalha de Prata na III Competição Iberoamericana Interuniversitária de Matemática em 2011 - Quito, Equador
Medalha de Ouro (First Prize) na XIX Internacional Mathematical Competition for University Students em 2012 - Blagoevgrad, Bulgária
Medalha de Ouro na IV Competição Iberoamericana Interuniversitária de Matemática em 2012 - Guanajuato, México

Rodrigo Vicente Cercal - Joinville
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 1)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 1)

Rogério Hannemann Júnior - Joinville
Menção Honrosa na 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2005 (Nível 1)
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 2)
Menção Honrosa na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 2)
Menção Honrosa na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 3)

Ruan Victor Soares da Silva - Joinville
Medalha de Prata na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Medalha de Prata na XIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2010 (Nível 1)
Medalha de Ouro na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Shadi Bavar - Blumenau
Medalha de Prata na XII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2009 (Nível 1)
Medalha de Bronze na XXXI Olimpíada Brasileira de Matemática em 2009 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)

Sidnei Rodrigo Dos Santos - Jaraguá do Sul
Menção Honrosa na 2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2006 (Nível 1)
Medalha de Prata na 3ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2007 (Nível 1)
Medalha de Bronze na 4ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2008 (Nível 2)
Medalha de Ouro na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 2)
Medalha de Bronze na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 3)

Simon Joel Warkentin - Joinville
Menção Honrosa na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 1)
Menção Honrosa na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 1)

Tiago Madeira - Itajaí
Medalha de Ouro na V Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2002 (Nível 1)
Menção Honrosa na XXIV Olimpíada Brasileira de Matemática em 2002 (Nível 1)
Medalha de Bronze na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 2)
Medalha de Bronze na 9ª Olimpíada de Maio em 2003 (Nível 1)
Medalha de Ouro na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 2)

Menção Honrosa na VIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2005 (Nível 3)
Medalha de Bronze na 11ª Olimpíada de Maio em 2005 (Nível 2)
Menção Honrosa na IX Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2006 (Nível 3)
Medalha de Prata na X Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2007 (Nível 3)

Vitor Costa Fabris - Criciúma
Menção Honrosa na VI Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2003 (Nível 1)
Medalha de Ouro na VII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2004 (Nível 1)
Menção Honrosa na XXVI Olimpíada Brasileira de Matemática em 2004 (Nível 1)
Menção Honrosa na VIII Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2005 (Nível 2)
Medalha de Prata na IX Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2006 (Nível 2)

Vitor Probst Curtarelli - Timbó
Menção Honrosa na 5ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2009 (Nível 1)
Medalha de Prata na 6ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2010 (Nível 1)
Menção Honrosa na XIV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina em 2011 (Nível 2)
Medalha de Prata na 7ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas em 2011 (Nível 2)

Informações Gerais

Envio de Problemas e Soluções

As seções de problemas propostos e soluções são seções dinâmicas. Contribua propondo problemas ou enviando-nos suas soluções de qualquer problema proposto. Os problemas não devem exigir, de preferência, conteúdos de matemática de nível universitário, porém, podem ter soluções alternativas usando estes conteúdos.

Envio de Artigos

Professores do ensino fundamental e médio, professores universitários, bem como alunos de graduação e pós-graduação estão convidados a enviar seus artigos para a revista.

Artigos submetidos para publicação serão analisados pela comissão editorial. Os artigos devem abordar os temas de forma clara e não eminentemente técnica e não devem necessitar, como pré-requisitos, conhecimentos de matemática de nível universitário.

Não há exigência de um editor de texto em particular mas, caso o autor conheça e utilize o LaTeX, então o artigo deverá ser preferencialmente submetido neste formato.

Cadastramento

Diretores, coordenadores e professores de matemática que desejarem que seus alunos participem das olimpíadas (OBM e ORM) devem cadastrar suas escolas. O cadastramento para a OBM e ORM é feito somente no site da OBM (www.obm.org.br). Escolas já cadastradas em anos anteriores deverão confirmar a cada novo ano a sua inscrição. Para o cadastramento será necessário o código do Inep da escola. Existe um período para cadastramento ou confirmação. Consulte o site da OBM. No site não aparece a opção para cadastramento na ORM. As escolas cadastradas para a OBM estarão automaticamente cadastradas para a ORM. No cadastramento deve ser indicado o nome de apenas um dos seguintes coordenadores regionais: José Luiz Rosas Pinho ou Licio Hernanes Bezerra).

Alunos interessados em participar das olimpíadas devem solicitar a seus professores de matemática que cadastrem a escola. Lembramos que as olimpíadas de matemática são feitas para os alunos, não sendo uma competição entre escolas. Assim sendo, espera-se que as escolas estimulem seus alunos a participar e que, no mínimo, apoiem aqueles alunos que assim o desejarem.

Como adquirir a revista

Esta revista está sendo distribuída gratuitamente a diversas escolas do estado de Santa Catarina (um exemplar por escola). Escolas que não receberem a revista podem solicitar o envio da mesma.

Além disso, a revista é enviada às universidades federais brasileiras (um exemplar por IES), por intermédio da Biblioteca Universitária da UFSC.

Fale Conosco

Entre em contato conosco para esclarecer suas dúvidas, dar sugestões ou fazer correções por:

– nosso site: www.orm.mtm.ufsc.br
– telefone/Fax: (48) 37214595 (PET Matemática)
– e-mail: orm@pet.mtm.ufsc.br
– endereço: PET Matemática
Departamento de Matemática - CFM
UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina
Campus Universitário - Trindade
88040-900 – Florianópolis/SC