

XX OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA

2ª fase – Nível 2

23 de setembro de 2017

Problema 1. Um número natural é dito *todo par* quando todos os seus algarismos forem pares. Quantos são os números todos pares de quatro algarismos que são múltiplos de quatro?

Problema 2. Um aplicativo pede aos seus usuários que façam uma senha contendo três letras maiúsculas e três algarismos, nessa ordem. As letras que podem ser usadas são A, B, C e D ; os algarismos que podem ser usados são 1, 2, 3 e 4. No entanto, por razões de segurança, o sistema proíbe que:

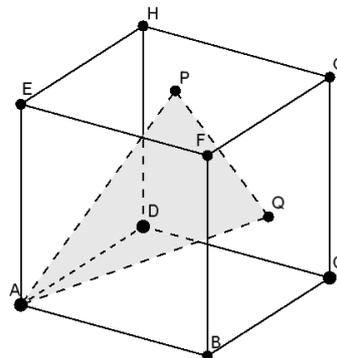
- Sejam escolhidas três letras iguais;
- Sejam escolhidos três algarismos iguais;
- Sejam escolhidos três algarismos consecutivos em ordem crescente.

Qual o total de senhas permitidas por este sistema?

Problema 3. Determine todos os números naturais de dois algarismos, ab , em que a é o algarismo das dezenas e b é o algarismo das unidades, tais que

$$a^2 + b^2 = 2(a + b).$$

Problema 4. No cubo da figura ao lado, os pontos P e Q são os centros das faces $EFGH$ e $BCGF$, respectivamente. Sabendo que as arestas do cubo medem 1 cm, calcule o perímetro do triângulo APQ .



Problema 5. Sejam A e B pontos no plano tais que o segmento \overline{AB} tem comprimento de 1 unidade. Uma partícula desloca-se no plano a partir do ponto A , percorrendo semicírculos de centros colineares com A , a uma taxa de um semicírculo por minuto, de modo que a reta que passa pelos pontos A e B é tangente ao círculo que contém o primeiro semicírculo, de raio 1, e cada semicírculo subsequente tem raio igual à metade do raio do semicírculo anterior, como na figura abaixo.

Se uma segunda partícula sai de B no mesmo instante em que a primeira sai de A , deslocando-se em linha reta com velocidade constante, e se encontra com a primeira após 5 minutos, qual a distância percorrida pela segunda partícula após estes 5 minutos?

