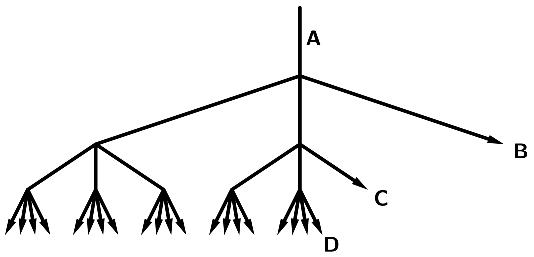
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PET MATEMÁTICA

XX OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA

Prova – 1ª fase – Nível 2

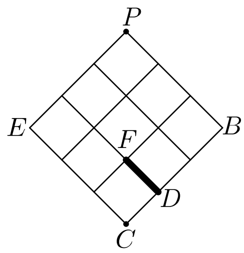
08 de agosto de 2017

Problema 1. O diagrama abaixo representa uma rede de distribuição de água. As setas representam torneiras. A cada bifurcação de cima para baixo, a água é distribuída igualmente pela tubulação seguinte. Sabendo-se que a vazão no cano A é de 36 litros de água por minuto, qual é a vazão em conjunto das torneiras B, C e D por minuto?



a) 15 b) 8 c) 10 d) 7 e) 17

Problema 2. Na figura ao lado, $PBCE$ é um quadrado cujos lados medem 3 metros. Foram traçados segmentos paralelos aos lados de forma que todos os quadrados menores obtidos têm lados de comprimento igual a 1 metro. De quantas maneiras distintas é possível sair do ponto P (partida) e chegar ao ponto C (chegada), percorrendo 6 metros, andando somente sobre os lados dos quadrados e passando pelo segmento $\overline{FD}$?



a) 8 b) 5 c) 6 d) 7 e) 10

Problema 3. Ao chegar do trabalho, Margarida percebeu que um de seus três filhos (Pedro, Jorge e Patrícia) havia quebrado um vaso na sala. Perguntando a eles sobre o ocorrido, cada um respondeu:

- Pedro: "Quem quebrou o vaso fui eu, mamãe";
- Jorge: "Quem quebrou o vaso não fui eu";
- Patrícia: "Quem quebrou o vaso não foi o Pedro".

Sabe-se que apenas um deles quebrou o vaso, e que apenas um deles disse a verdade. Quem quebrou o vaso e quem disse a verdade, respectivamente?

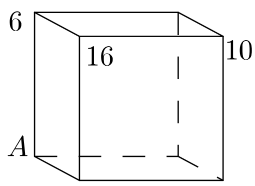
a) Jorge e Patrícia b) Pedro e Pedro c) Pedro e Jorge d) Patrícia e Patrícia e) Patrícia e Jorge

Problema 4. Paulinho deseja organizar um churrasco em família. No entanto, por uma questão de espaço, decidiu convidar apenas 4 dos seus 7 primos para participar deste churrasco. Ocorre que Abelardo e Bernardo, primos de Paulinho, só podem ir ao churrasco se forem juntos. De quantas maneiras diferentes Paulinho poderá escolher seus convidados?

a) 12 b) 14 c) 15 d) 18 e) 30

Problema 5. Os vértices do cubo abaixo são numerados com os números pares de 2 a 16. A soma dos quatro números nos vértices de cada face é a mesma para todas as faces. Os números $6, 16$ e 10 já foram atribuídos a alguns vértices, como mostra a figura. Qual é o número indicado no vértice A?

a) 2 b) 4 c) 8 d) 12 e) 14



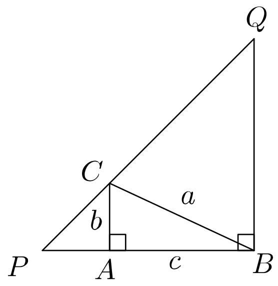
Problema 6. Dois números inteiros positivos a e b, com $a < b$, são ditos *primos de segundo grau* se $b^2 - a^2$ é um número primo. A soma de dois números primos de segundo grau é sempre um número:

a) par b) ímpar e múltiplo de 5 c) múltiplo de 17 d) primo e) múltiplo de 3

Problema 7. Considere três números naturais distintos, maiores do que 5 e menores do que 15. Sabe-se que apenas um deles é primo e que a soma dos três também é um número primo. Além disso, a diferença entre o maior destes números e o do meio é igual ao dobro da diferença entre o número do meio e o menor. O produto destes três números é:

a) 1848 b) 1056 c) 420 d) 1820 e) 784

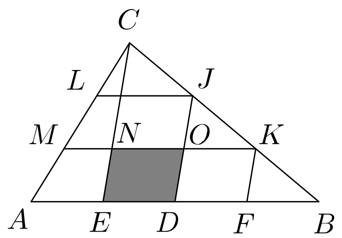
Problema 8. Na figura abaixo, PQB é um triângulo retângulo isósceles e para cada ponto C do segmento $\overline{PQ}$, diferente de P e Q, constrói-se um triângulo retângulo ABC, com hipotenusa a e catetos b e c.



Dentre todos os possíveis triângulos retângulos ABC há um que tem o menor perímetro. As medidas dos lados deste triângulo satisfazem:

a) $a > b + c$ b) $b > c$ c) $c > b$ d) $b = c$ e) $b > a + c$

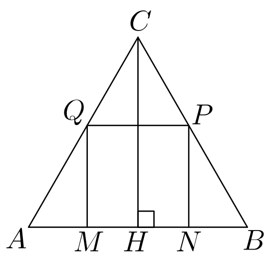
Problema 9. A área do triângulo ABC da figura abaixo é igual a 36 cm^2. Divide-se o lado $\overline{AB}$ em quatro partes iguais e os lados $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$, em três partes iguais. Então, traçam-se os segmentos $\overline{CE}, \overline{JD}, \overline{KF}, \overline{JL}$ e $\overline{KM}$.



A área do quadrilátero sombreado $EDON$ é igual a:

a) 8 cm^2 b) 10 cm^2 c) 6 cm^2 d) 9 cm^2 e) 4 cm^2

Problema 10. Na figura abaixo, o triângulo ABC é equilátero e $MNPQ$ é um quadrado.



Neste caso, a única expressão verdadeira é:

a) $AQ = CQ$ b) $BP > CP$ c) $MN = \dfrac{AB}{2}$ d) $CQ > AQ$ e) $MQ = \dfrac{CH}{2}$