UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PET MATEMÁTICA

XIX OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA

2ª fase – Nível 2

24 de Setembro de 2016

Problema 1. Encontre o resto da divisão de $\underbrace{111\cdots111}_{2016 \text{ algarismos}}$ por 7.

Problema 2. Ao final das Olimpíadas, Eliezer analisou o quadro de medalhas de três países, chamados aqui de A, B e C, e constatou as informações a seguir.

(1) Os países A, B e C conquistaram, juntos, 63 medalhas, sendo 21 medalhas de cada tipo.

(2) O número de medalhas de prata do país A é igual ao número de medalhas de prata do país B e também é igual ao número de medalhas de ouro do país B.

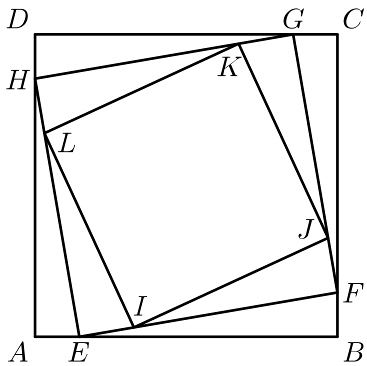
(3) O número de medalhas de bronze do país B é igual ao número de medalhas de prata do país C e também é igual à metade do número de medalhas de ouro do país A.

(4) O número de medalhas de bronze do país C é o triplo do seu número de medalhas de ouro.

(5) O país A ganhou 7 medalhas de ouro a mais que o país C.

Qual o número de medalhas de bronze que o país A conquistou?

Problema 3. Na figura abaixo, os quadriláteros $ABCD$, $EFGH$ e $IJKL$ são quadrados. Sabendo que $ABCD$ tem área $100\,cm^2$, $IJKL$ tem área $50\,cm^2$ e os triângulos EBF, FCG, GDH, HAE, IFJ, JGK, KHL e LEI têm todos a mesma área, calcule a medida do segmento KG.



Problema 4. No planeta *Lobetuf*, os times de futebol são formados por quatro *lobetufenses*. Um grupo de 12 *lobetufenses* pretende formar três times de futebol. Três *lobetufenses* são goleiros e devem ficar em times separados. Outros três *lobetufenses* jogam muito bem e também devem ficar em times separados. De quantas formas é possível organizar os três times?

Problema 5. Mostre que 2016 não pode ser escrito como a soma dos quadrados de dois números primos.