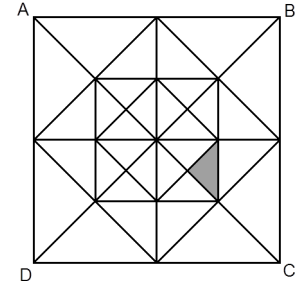


**Prova – 2<sup>a</sup> fase de 2015**  
**Nível 1**

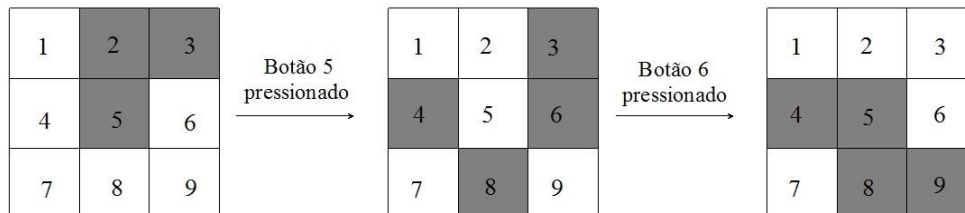
**Problema 1.** Na figura, a área do triângulo sombreado é igual a 1 unidade de área. Determine a área do quadrado  $ABCD$ .



**Problema 2.** No planeta Gatox existem gatos de cada uma das três cores: verde, azul e vermelho. Os gatos verdes possuem 3 patas, os azuis possuem 4 patas e os vermelhos possuem 5 patas. Jucavo mora em Gatox e cuida de gatos das três cores. Dos gatos que Jucavo cuida, o número de gatos verdes dividido por 3 é igual ao número de gatos azuis dividido por 4, que também é igual ao número de gatos vermelhos dividido por 5. Um certo dia, Jucavo contou as patas dos seus gatos e obteve um total de 300 patas. Quantos gatos de cada cor são cuidados por Jucavo?

**Problema 3.** Dizemos que um número é *curioso* se é formado por três algarismos diferentes e a soma destes algarismos é 15. Por exemplo, 582 é curioso, mas 744 e 813 não são curiosos. Quantos números curiosos existem?

**Problema 4.** O jogo das luzes é composto por um tabuleiro  $3 \times 3$  com nove botões numerados de 1 a 9 que podem estar acesos ou apagados. O único movimento permitido no jogo é apertar um botão aceso. Toda vez que um movimento é realizado, o botão que foi apertado apaga e os botões que possuem algum lado comum com o botão apertado se invertem, isto é, os acesos se apagam e os apagados se acendem. Por exemplo, na figura abaixo (em que os botões acesos são os que estão sombreados) foram efetuados dois movimentos:



O jogo termina quando todos os botões são apagados.

- (a) Partindo de um tabuleiro em que apenas os botões 1, 3, 4, 6, 7 e 9 estão acesos, encontre uma sequência de movimentos para terminar o jogo.
- (b) Descreva como terminar o jogo partindo-se de um tabuleiro em que apenas o botão 5 está aceso.

**Problema 5.** Luísa criou uma maneira de construir sequências de números naturais. A regra é a seguinte:

- (1) o primeiro termo é um número natural maior do que 1;
- (2) o segundo termo é igual ao primeiro termo somado ao quociente da divisão dele por 2;
- (3) o terceiro termo é igual ao segundo termo somado ao quociente da divisão dele por 2, e assim por diante.

Por exemplo, uma sequência construída desta forma é 2, 3, 4, 6, 9, ...

- (a) Qual o oitavo termo da sequência do exemplo acima?
- (b) Se Luísa escrever uma sequência de números seguindo estas regras, de modo que 49 é um termo, então qual é o termo anterior ao 49?