

Gabarito da Prova 2ª fase de 2012
Nível 1

Questão 1

Como as somas dos numeradores e dos denominadores de cada fração devem ser iguais, e como elas são iguais a $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{7}$, respectivamente, então tal soma deve ser um múltiplo de 3 (da fração $\frac{1}{2}$, $1 + 2 = 3$), de 8 (da fração $\frac{3}{5}$, $3 + 5 = 8$) e de 12 (da fração $\frac{5}{7}$, $5 + 7 = 12$).

Tomando, por exemplo, o MMC de 3, 8 e 12, obtemos 24.

A primeira fração é obtida fazendo $\frac{24}{3} = 8$, e escrevendo $\frac{8}{16} \left(= \frac{1}{2} \right)$. A segunda é obtida fazendo $\frac{24}{8} = 3$ e escrevendo $\frac{9}{15} \left(= \frac{3}{5} \right)$. Finalmente a terceira fração é obtida fazendo $\frac{24}{12} = 2$, e escrevendo $\frac{10}{14} \left(= \frac{5}{7} \right)$.

Resposta: As três frações são $\frac{8}{16}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{10}{14}$.

Questão 2

A idade da filha poderia variar de 1 ano a 10 anos (total de dez dedos nas duas mãos). Como a soma das idades da filha e da mãe é igual à idade do pai, ou seja, 43 anos, então a idade da mãe poderia variar de $43 - 10 = 32$ anos a $43 - 1 = 42$ anos. Analisando os dez casos:

Idade da mãe	Idade da filha	Soma
42	$4 + 2 = 6$	$48 > 43$ (pai)
41	$4 + 1 = 5$	$46 > 43$
40	$4 + 0 = 4$	$44 > 43$
39	$3 + 9 = 12$	$51 > 43$
38	$3 + 8 = 11$	$49 > 43$
37	$3 + 7 = 10$	$47 > 43$
36	$3 + 6 = 9$	$45 > 43$
35	$3 + 5 = 8$	43
34	$3 + 4 = 7$	$41 < 43$
33	$3 + 3 = 6$	$39 < 43$

Resposta: A idade da mãe é 35 anos e a idade da filha é 8 anos.

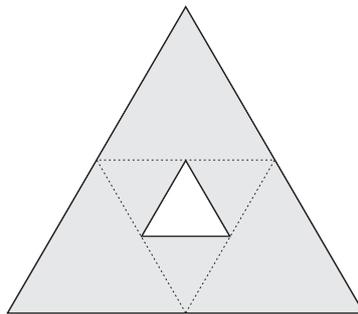
Questão 3

Como $2012 = 2^2 \times 503$, e como 503 é primo, para que o quadrado de um número seja múltiplo de 2012, o número deve ser múltiplo de 2 e de 503, ou seja, o número deve ser múltiplo de $2 \times 503 = 1006$.

Resposta: São todos os múltiplos de 1006.

Questão 4

Observando a figura dada, observamos que cada furo corresponde a uma área igual a $\frac{1}{16}$ da peça inteira (sem o furo).



Dito de outra forma, cada peça é formada por 15 triângulos idênticos ao triângulo do furo.

Como foram produzidas mais 134 peças, a partir do material retirado dos furos e sobrou ainda material correspondente a 2 furos, o número de peças produzidas no início do processo é:

$$134 \cdot 15 + 2 = 2010 + 2 = 2012$$

Resposta: O número de peças produzidas no início do processo é de 2012 peças.

Questão 5

Máximus come 32 petiscos em uma hora, ou seja, em 60 minutos. Portanto, Máximus come, em um minuto, $\frac{32}{60} = \frac{8}{15}$ de um petisco.

Mínimus come 32 petiscos em três horas, ou seja, em 180 minutos. Portanto, Mínimus come, em um minuto, $\frac{32}{180} = \frac{8}{45}$ de um petisco.

Juntos, os dois gatos comem, em um minuto:

$$\frac{8}{15} + \frac{8}{45} = \frac{24 + 8}{45} = \frac{32}{45} \text{ de um petisco.}$$

Para que os dois juntos comam 32 petiscos, será necessário o tempo de 45 minutos $\left(45 \times \frac{32}{45} = 32\right)$, e Máximus comerá $45 \times \frac{8}{15} = 24$ petiscos, e Mínimus comerá $45 \times \frac{8}{45} = 8$ petiscos.

Resposta: Os dois juntos comerão 32 petiscos em 45 minutos e, nesse tempo, Máximus terá comido 24 petiscos e Mínimus 8 petiscos