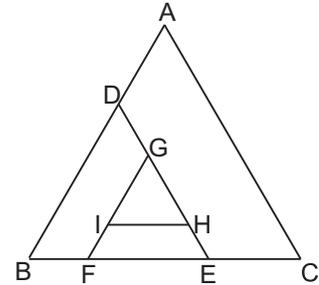


Prova – 2^a fase de 2011
Nível 2

1. Na figura ao lado, o triângulo ABC é equilátero e $\overline{DE} // \overline{AC}$ (\overline{DE} é paralelo a \overline{AC}), $\overline{FG} // \overline{BD}$, $\overline{HI} // \overline{FE}$.

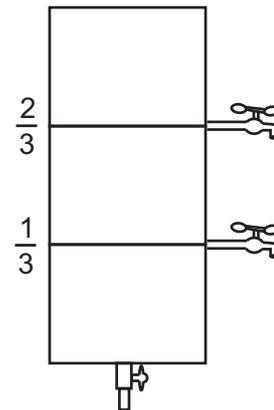
a) Mostre que o triângulo IHG é equilátero.

b) Supondo que $AD = \frac{1}{3}AB$, $BF = \frac{1}{3}BE$ e $EH = \frac{1}{3}EG$, qual é a razão entre as áreas dos triângulos IHG e ABC ?



2. Em uma grande cidade há casas que acolhem gatos. Sabe-se que o número de gatos acolhidos em cada casa é maior ou igual a 20 e menor ou igual a 70, e que não há duas casas com o mesmo número de gatos. Qual o menor número possível de casas que juntas acolherão 2011 gatos? Neste caso, quantos gatos há em cada casa?

3. Um tanque de água possui um ralo no fundo e duas torneiras localizadas respectivamente a $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$ de sua altura total do fundo (FIGURA). Sabe-se que o tanque, quando totalmente cheio, será totalmente esvaziado em 2 horas com somente o ralo aberto. Supondo que o ralo e as duas torneiras têm a mesma vazão e que as vazões são constantes, em quanto tempo o tanque cheio esvaziará com o ralo e as torneiras abertas simultaneamente?



4. Encontrar quatro números primos distintos a, b, c e d , com $a < b < c < d$, tais que:

$$\begin{aligned} ab + bc + cd &= 208 \\ abc + bcd &= 825 \end{aligned}$$

5. Sabendo que o número $\sqrt[3]{2 + \frac{10}{9}\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 - \frac{10}{9}\sqrt{3}}$ é um inteiro, calcule este número.