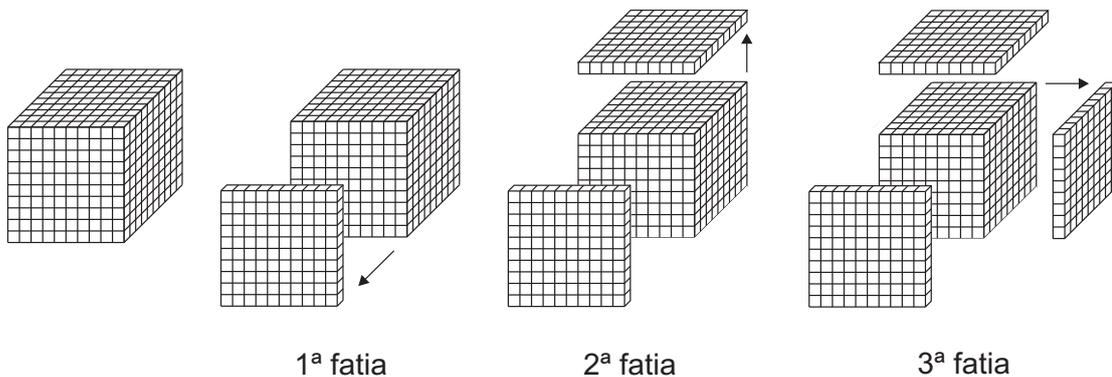


Prova – 2<sup>a</sup> fase de 2011  
Nível 1

1. Um cubo  $C$  é construído com 1000 pequenos cubos de 1 cm de aresta (cada face do cubo tem dimensões 10 cm por 10 cm). O cubo  $C$  é cortado, retirando-se fatias de 1 cm de espessura, segundo a ordem da figura abaixo:



Depois de retirar 17 fatias, quantos cubinhos de 1 cm de lado restam no sólido?

2. Em uma grande cidade há casas que acolhem gatos. Sabe-se que o número de gatos acolhidos em cada casa é maior ou igual a 20 e menor ou igual a 70. Qual o maior número possível de casas que acolherão, juntas, um total de 2011 gatos? Neste caso, quantos gatos há em cada casa?
3. Em um país distante, a unidade monetária é o pila, com símbolo PL\$. O excesso de velocidade é punido com PL\$ 100,00 a cada 10 unidades de velocidade que ultrapassarem o permitido. Nas estradas a velocidade máxima permitida é de 80 Km/h. Em um trecho do Km 100 ao Km 260, existem 4 radares que detectam excesso de velocidade e dobram o valor da multa a cada reincidência. Por exemplo, um motorista que passa pelo primeiro radar a 90 Km/h, pelo segundo radar a 100 Km/h, pelo terceiro a 110 Km/h e pelo quarto a 120 Km/h pagará multa de  $100 + 200 \times 2 + 300 \times 4 + 400 \times 8 = 4900$  pilas. Abel faz este trajeto a uma velocidade constante de 80 Km/h. Bill faz o mesmo trajeto em velocidade constante e paga uma multa de PL\$ 3000,00. Suponha que os dois motoristas passaram juntos pelo Km 260 às 17 horas.
- A que horas Abel passou pelo Km 100?
  - A que horas Bill passou pelo Km 100?
4. Encontre três números primos distintos, em ordem crescente, tais que o produto do segundo pela soma dos outros dois seja igual a 125.
5. Os habitantes do planeta EX têm um curioso sistema de símbolos para se comunicarem. Eles usam duas vogais (A e I), duas consoantes (B e K) e três números (3, 5 e 7). Suas palavras são formadas de acordo com as seguintes regras:
- todas as palavras começam com uma consoante e terminam com um número;
  - o 7 nunca aparece depois de vogal;
  - o 5 não se repete em uma palavra;
  - vogais, consoantes e números podem se repetir numa palavra, exceto no caso da 3<sup>a</sup>) regra.
- Quantas palavras com 3 símbolos e começadas com B existem para os habitantes do planeta EX?