

**Prova – 2<sup>a</sup> fase de 2009**  
**Nível 1**

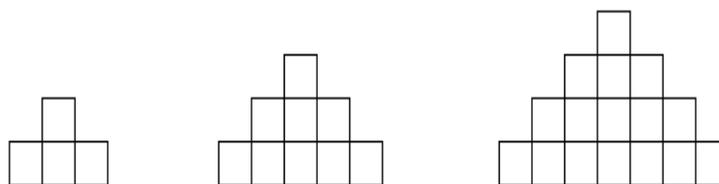
1. Amanda, Bianca, Cláudia, Carmem, Danilo, Eliezer, Lício, Michely, Nereu e Virgínia são dez amigos que possuem pelo menos um gato em suas casas. Nenhum deles tem mais do que nove gatos. Sabe-se as somas dos gatos de algumas dessas pessoas, segundo as linhas e as colunas da tabela a seguir:

	Danilo	Bianca	Cláudia	10
Nereu	Michely	Virgínia	Carmem	30
Eliezer	Amanda	Lício		21
13	13	24	11	

As quantidades de gatos das pessoas em cada linha ou em cada coluna são diferentes.

Por exemplo, na primeira linha, Danilo, Bianca e Cláudia têm quantidades diferentes de gatos, cuja soma é igual a 10, e na terceira coluna, Bianca, Virgínia e Lício possuem quantidades diferentes de gatos, cuja soma é igual 24. Quantos gatos têm cada um deles?

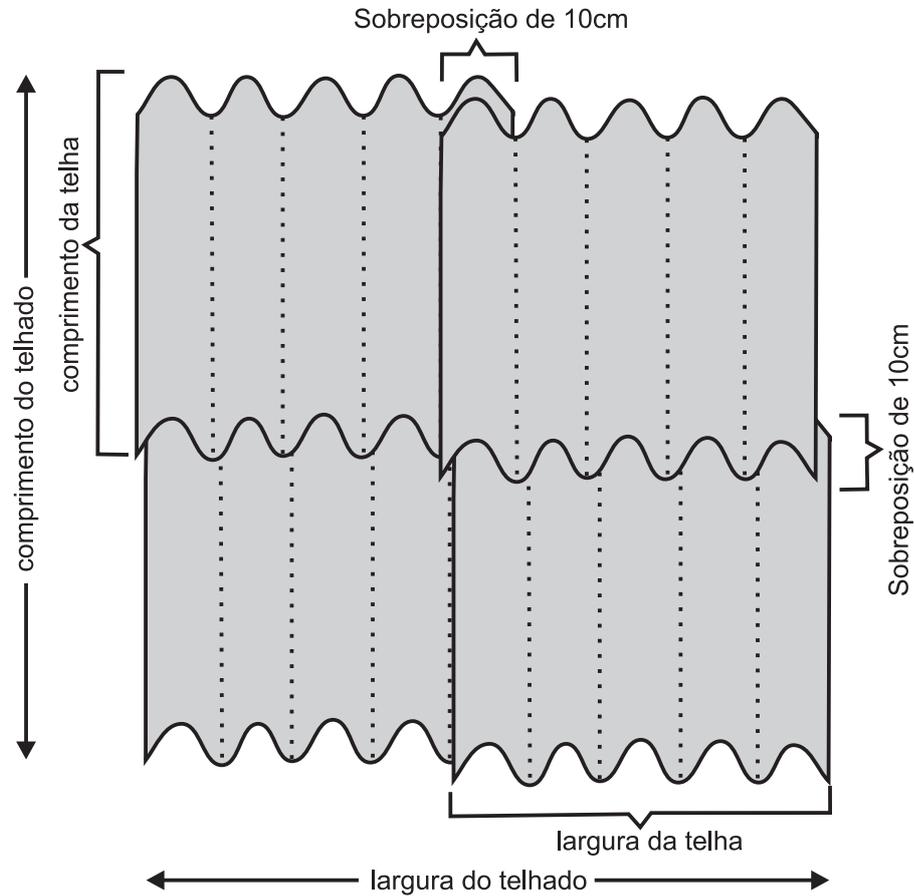
2. O traço de um número natural é a soma de seus algarismos. Por exemplo, o traço de 51 é 6 pois  $5 + 1 = 6$
- a) Quais são os números de dois algarismos cujo traço é o quadrado de um número inteiro?  
b) Quais são todos os números, cujos algarismos são todos diferentes de zero, tais que seu traço é 5?
3. Encontre todos os números primos de dois algarismos cujo quadrado, diminuindo de 1, é divisível por 45.
4. Quadrados de lado 1 são empilhados formando sucessivamente figuras com 3 quadrados na base, 5 quadrados na base, 7 quadrados na base, e assim por diante.



Calcule o perímetro da figura que tem 2009 quadrados em sua base.

(Observação: o perímetro de uma figura é o comprimento da linha que delimita a figura. Por exemplo, a primeira figura acima tem perímetro 10 e a segunda tem perímetro 16).

5. O Sr. Tejado pretende construir um telhado retangular de 3m de comprimento por 10m de largura. Uma loja vende três tipos de telhas,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , todas com 1 metro de largura e comprimentos de 1 metro, 60 centímetros e 40 centímetros, respectivamente. Os três tipos de telhas podem ser usados para cobrir o telhado (não é necessário usar apenas um tipo de telha), no entanto, quaisquer duas telhas vizinhas devem ser sobrepostas por 10cm (conforme exemplo com um telhado de 4 telhas). Além disso, qualquer fileira de telhas ao longo da largura deve ser formada por telhas de mesmo tipo, sendo permitida a variação de tipo ao longo do comprimento.



- a) Dê um exemplo de como cobrir o telhado (quantas telhas de cada tipo) sem que sobrem ou faltem telhas.  
 b) Com quantas combinações de telhas é possível cobrir o telhado (sem sobrar nem faltar telhas)?