UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
XI OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA
PET – MATEMÁTICA

Gabarito da Prova – 2ª fase de 2008
Nível 1

---

1. Foram pedidos 13 cafés + 14 chocolates + 15 milkshakes = 42 total de bebidas.
   Como cada pessoa tomou 2 bebidas, devemos ter $42 \div 2 = 21$ pessoas no grupo.

   Considerando agora que cada pessoa tomou duas bebidas **distintas** temos:
   21 pessoas -13 (cafés) $= 8$ pessoas tomaram chocolate e milkshake.
   21 pessoas -14 (chocolates) $= 7$ pessoas tomaram café e milkshake.
   21 pessoas -15 (milkshakes) $= 6$ pessoas tomaram café e chocolate.

   Assim fica:
   $7 + 6 = 13$ pessoas tomaram café.
   $8 + 6 = 14$ pessoas tomaram chocolate.
   $8 + 7 = 15$ pessoas tomaram milkshake.

   Resposta:
   Havia 21 pessoas no grupo, das quais 13 tomaram café, 14 tomaram chocolate e 15 tomaram milkshake.

2. No 1º dia, o viajante cruza $\frac{1}{10}$ da distância total a ser percorrida, ou seja, ainda falta percorrer $\frac{9}{10}$ do percurso. No 2º dia, ele viaja $\frac{2}{3}$ do que percorreu no dia anterior, que corresponde a $\frac{2}{3} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ do percurso total.

   Ao término do 2º dia, ele viajou $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ do caminho total. Portanto, falta percorrer $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ da distância total a ser percorrida. Já no 3º dia, ele viaja $\frac{1}{10}$ do que falta percorrer, que equivale a $\frac{1}{10} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ do total. Ao término do 3º dia ele viajou $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$ do caminho total.

   No 4º dia ele percorre $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ do total.

   No 5º dia ele viaja mais $\frac{1}{10}$ do que falta, que é igual a $\frac{1}{10} \times (1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{6}) = \frac{1}{10} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{120}$ do percurso.

   Ao final do 5º dia o viajante ainda precisa percorrer $\frac{7}{12} - \frac{7}{120} = \frac{63}{120} = \frac{21}{40}$ da distância total, que corresponde a $63km$. Então, $\frac{1}{40}$ do percurso equivale a $\frac{63}{21} = 3km$. Logo, $\frac{40}{40}$ ou o percurso todo corresponde a $40 \times 3 = 120km$.

   Resposta:
   O comprimento total do percurso é de $120km$.

3. Conforme o enunciado, os números da sequência serão:

   1º número: 2008

   2º número: $2008 + (2 + 0 + 0 + 8) = 2018$, soma de 2008 com a soma de seus algarismos;

   3º número: $2018 - (2 + 0 + 1 + 8) = 2007$, diferença entre o segundo número e a soma de seus algarismos;

   4º número: $2007 + (2 + 0 + 0 + 7) = 2016$, soma do terceiro número com a soma de seus algarismos;

   5º número: $2016 - (2 + 0 + 1 + 6) = 2007$, diferença entre o quarto número e a soma de seus algarismos;

   6º número: $2007 + (2 + 0 + 0 + 7) = 2016$, soma do quinto número com a soma de seus algarismos;

Note que, a partir do terceiro número os números 2007 e 2016 começam a repetir, onde 2007 assume as posições ímpares e 2016 as posições pares.

Queremos descobrir qual algarismo será escrito na posição 2008 se colocarmos os números dessa sequência lado a lado. Note que cada número desta sequência é formado por quatro algarismos, portanto, o algarismo escrito na posição 2008 da sequência será o último algarismo do número escrito na posição $\frac{2008}{4} = 502$.

Lembre-se que já sabemos que a partir do terceiro número, o número que assumirá as posições pares é 2016.

Resposta:
Logo, o algarismo escrito na posição 2008 da sequência será o 6.

4. Se o gato Fratello tem o dobro de irmãos do que de irmãs, então o número de gatos é igual ao dobro do número de gatas mais um. Isto significa que a diferença entre o número de gatos e de gatas é igual ao número de gatas mais um (o gato Fratello).

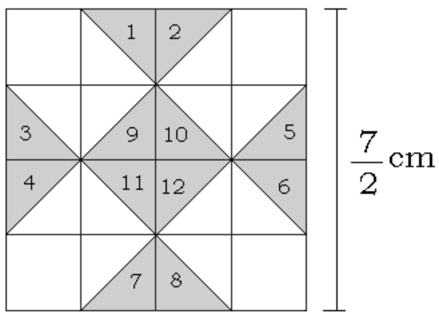
   Se a gata Sorella tem 10 irmãos a mais do que o número de irmãs, então a diferença entre o número de gatos e de gatas é igual a 10 menos 1 (a gata Sorella).

   Portanto, o número de gatas mais um é igual a 9, ou seja, o número de gatas é 8. Logo, o número de gatos é o o dobro do número de gatas mais um, ou seja, o número de gatos é 17.

   Desta forma, há na casa $17 + 8 = 25$ gatos.

   Resposta:
   Na casa de João e Maria há 25 gatos.

5. Podemos dividir a figura dada em 16 pequenos quadrados, como na figura a seguir:



   Dessa forma, a área procurada equivale à área dos 12 triângulos sombreados.
   Se juntarmos cada dois desses triângulos, temos seis pequenos quadrados cujos lados medem $\frac{7}{2} : 4 = \frac{7}{8} cm$.

   A área de cada pequeno quadrado mede $\frac{7}{8} . \frac{7}{8} = \frac{49}{64} cm^2$.

   Assim, a área procurada mede: $6 \times \frac{49}{64} = \frac{147}{32} = 4,59375 cm^2$.

   Resposta:
   A área da figura sombreada mede $4,59375 cm^2$.