

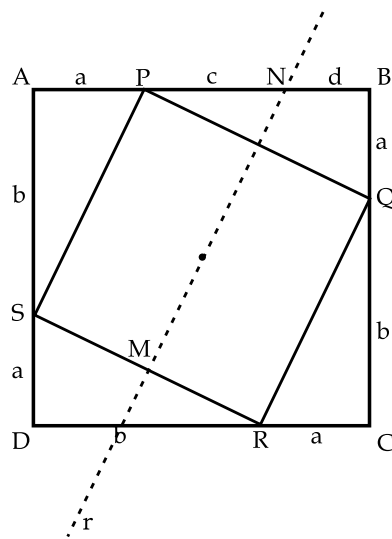


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
X OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA
PET – MATEMÁTICA



Prova 2ª fase de 2007
Nível 2

1. Encontre dois números inteiros m e n tais que $\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = \frac{1}{2007}$.
2. $ABCD$ é um quadrado de lado 1.



- a) Mostre que o quadrilátero $PQRS$ da figura acima é um quadrado.
 - b) Seja M o ponto médio do segmento RS e r a reta que passa por M , e é perpendicular a RS .
- Considere $\frac{5}{9}$ a medida do lado do quadrado $PQRS$. Calcule a , b , $c = PN$ e $d = NB$.
3. Considere a sequência em que o primeiro termo é igual a 1, o segundo termo é igual a 2, e cada termo de ordem ímpar é igual ao triplo do anterior (de ordem ímpar) menos 1, e cada termo de ordem par é igual ao dobro do anterior (de ordem par) mais 1:
 $x_1 = 1$
 $x_2 = 2$
 $x_3 = 3 \cdot x_1 - 1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$
 $x_4 = 2 \cdot x_2 + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$
 $x_5 = 3 \cdot x_3 - 1 = 3 \cdot 2 - 1 = 5$
 $x_6 = 2 \cdot x_4 + 1 = 2 \cdot 5 + 1 = 11$
 $x_7 = 3 \cdot x_5 - 1 = 3 \cdot 5 - 1 = 14$
 \vdots
Determine o termo x_{2007} , ou seja, o termo que ocupa a posição 2007 da sequência.
 4. Determine a soma de todos os números de quatro algarismos distintos formados com os algarismos 1, 2, 3 e 4.
 5. Quais são os números de dois algarismos que são divisíveis pela soma de seus algarismos?