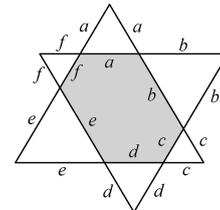


Gabarito 5 – 1ª fase de 2012
Nível 2

1. Primeiro, observe que, como o hexágono tem lados opostos paralelos, os seis triângulos menores da figura do problema também são equiláteros, devido ao paralelismo, que mantém os ângulos entre retas iguais a 60° (já que, inicialmente, as retas formavam ângulos de 60° , devido aos dois triângulos equiláteros). Logo, podemos escrever as medidas dos lados como na figura:



A soma dos perímetros dos dois triângulos equiláteros é igual a $3 * (a + b + c + d + e + f)$, e como cada triângulo equilátero tem perímetro 36cm , temos $3 * (a + b + c + d + e + f) = 2 * 36 = 72$, isto é $a + b + c + d + e + f = 24$. Como esse também é o perímetro do hexágono, temos que o perímetro procurado é 24cm . **(Alternativa D)**.

2. Podemos agrupar os números de 4 em 4 cujo produto de seus membros termina em 4:

$$\underbrace{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}_{\text{termina em 4}} \cdot \underbrace{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}_{\text{termina em 4}} \cdot \underbrace{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}_{\text{termina em 4}} \dots$$

Como o número de múltiplos de 5 de 1 a 2010 é $2010 \div 5 = 402$, então temos $2010 - 402 = 1608$ números a serem multiplicados, que divididos de 4 em 4, teremos uma quantidade par de grupos. Observe que um produto de números terminados em 4 terá ou 4 ou 6 no algarismo das unidades, será 4 quando uma quantidade ímpar e 6 quando uma quantidade par. Logo o algarismo das unidades do produto é 6. **(Alternativa C)**.

3. Seja $x = 20112007$. A expressão do problema é equivalente à:

$$\begin{aligned} (x + 4)^2 + (x - 4)^2 - 16x &= 2x^2 - 16x + 32 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) \\ &= 2(x - 4)^2 \end{aligned}$$

Ou seja, $2 * 20112003^2$ **(Alternativa B)**.

4. Sejam C, E e B os números das respostas corretas, erradas e em branco, respectivamente. Pelo enunciado, $4C - E = 52$ e $C + E + B = 24$. Somando as duas equações obtemos $5C + B = 76$. Daí, $C \leq 15$ pois para $C > 15$ (e como B tem que ser um valor positivo) temos que $5C + B > 76$ o que não pode ocorrer. Logo, o número máximo de respostas corretas será quando $C = 15$, temos $B = 1$ e $E = 8$. **(Alternativa B)**.
5. Se hoje está chovendo, X deve obrigatoriamente ser um OVNI-nerd. Além disso, W não pode ser um ET-nerd, pois caso contrário estaria falando a verdade em um dia de chuva. Temos então a seguinte distribuição: $(X, Y, Z, W) = (\text{OVNI}, \text{UFO ou ET}, \text{UFO ou ET}, \text{UFO})$.

Se hoje não está chovendo, X mentiu e não pode ser um ET-nerd. As próximas três falas são verdadeiras, logo temos a seguinte distribuição: $(X, Y, Z, W) = (\text{UFO}, \text{ET ou OVNI}, \text{ET ou OVNI}, \text{ET ou OVNI})$.

Portanto, é possível que haja um UFO-nerd e três ET-nerds. **(Alternativa D)**.

6. Sabendo que os cubos são todos iguais e que cada número tem quatro outros números que o cercam e um número oposto, observe que o número 4 é cercado pelos números 3 e 1 no primeiro cubo, já no segundo cubo por 0 e 9, ou seja, o número oposto ao 4 é o 5. Da mesma forma com o número 1 que está cercado por 4 e 3 no primeiro cubo e por 5 e 9 no terceiro cubo, então o número oposto ao 1 é o 0. Portanto, no primeiro cubo a face em contato com a mesa é 5 (oposto do 4), no segundo é 1 (oposto do 0) e no terceiro é 4 (oposto do 5). Logo, a soma dos números de todas as faces em contato com a mesa é igual a $5 + 1 + 4 = 10$. **(Alternativa D)**

7. Sejam $\alpha = \widehat{BAE}$ e $\beta = \widehat{DAC}$. Como $\overline{BD} = \overline{BA}$, $\widehat{BDA} = 40^\circ + \alpha$. Analogamente, $\widehat{AEC} = 40^\circ + \beta$. A soma dos ângulos internos do triângulo AED produz $120^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 60^\circ$. Portanto, $\widehat{BAC} = \alpha + \beta + 40^\circ = 100^\circ$. (**Alternativa C**)

