

Gabarito 1 – 1ª fase de 2012
Nível 2

1. Se André é culpado, então Carlos e Daniel falam a verdade, o que contradiz a hipótese.
Se Bruno é culpado, então André e Carlos falam a verdade, o que também contradiz a hipótese.
Se Carlos é culpado, então ele mente, André mente, Bruno mente e Daniel fala a verdade.
Se Daniel é culpado, Bruno e Carlos falam a verdade.
Portanto o culpado é Carlos. (Alternativa C)
2. O algarismo final de $n^3 - n^2$ é o mesmo algarismo final de $7^3 - 7^2 = 294$. (Alternativa C)
3. Se 6 bananas = $\frac{1}{2}$ melancia então 24 bananas = 2 melancias = 9 laranjas + 6 bananas. Portanto, 18 bananas = 9 laranjas, ou seja, 2 bananas = 1 laranja. Assim, 12 laranjas + 12 bananas = 24 bananas + 12 bananas = 36 bananas = 3 melancias. (Alternativa A).

4. Note que: $ab = a \cdot 10 + b$ e a, b variam de 1 a 9. Então teremos que:

$$a \cdot 10 + b = 2 \cdot a \cdot b \Rightarrow 10 \cdot a = 2 \cdot a \cdot b - b \Rightarrow 10 \cdot a = b \cdot (2 \cdot a - 1) \Rightarrow b = \frac{10 \cdot a}{2 \cdot a - 1}$$

Agora vamos analisar as possibilidades dos valores de a e b :

Se $a = 1 \Rightarrow b = 10$, mas $b \neq 10$.

Se $a = 2 \Rightarrow b = \frac{20}{3}$, mas $\frac{20}{3} \notin \mathbb{Z}$.

Se $a = 3 \Rightarrow b = 6$.

Se $a = 4 \Rightarrow b = \frac{40}{7}$, mas $\frac{40}{7} \notin \mathbb{Z}$.

Se $a = 5 \Rightarrow b = \frac{50}{9}$, mas $\frac{50}{9} \notin \mathbb{Z}$.

Se $a = 6 \Rightarrow b = \frac{60}{11}$, mas $\frac{60}{11} \notin \mathbb{Z}$.

Se $a = 7 \Rightarrow b = \frac{70}{13}$, mas $\frac{70}{13} \notin \mathbb{Z}$.

Se $a = 8 \Rightarrow b = \frac{16}{3}$, mas $\frac{16}{3} \notin \mathbb{Z}$.

Se $a = 9 \Rightarrow b = \frac{90}{17}$, mas $\frac{90}{17} \notin \mathbb{Z}$.

Logo, $a = 3$ e $b = 6$ é a única possibilidade. Assim: $ab = 36$ e $2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$. (Alternativa B)

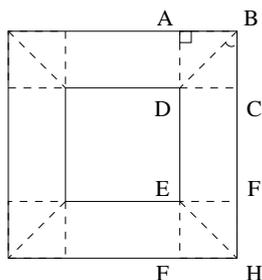
5. Dividimos 999 por 7 e sobram 5 dias. Como hoje é sábado, cinco dias depois será quinta-feira. (Alternativa E)
6. Após o primeiro dia, ainda temos $\frac{1}{2}$. No segundo dia, ficamos com $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$, ou seja, $\frac{2}{6}$. No terceiro dia, $\frac{2}{6} - \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{4}$, ou seja, $\frac{3}{12}$. Para o quarto dia, restaram 6 comprimidos, que representam $\frac{3}{12}$ do total. Assim, 24 é o total de comprimidos. (Alternativa D)

7. Temos $10,00 - 2,50 = 7,50$

$$\frac{7,50}{0,10} = \frac{750}{10} = 75$$

$75 \cdot 100 = 7.500m = 7,5km$ (Alternativa C)

8. Seja L o comprimento de cada lado da folha. Observe a figura abaixo:



Note que: $\overline{DB} = \frac{L\sqrt{2}}{4}$. $\overline{AB} = \overline{BC}$, pois o ângulo \widehat{DBC} mede 45° (a diagonal do quadrado divide o ângulo \widehat{B} em dois ângulos iguais). Logo teremos $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{DC}$ e aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo $\triangle DBC$ teremos:

$$(\overline{BC})^2 + (\overline{DC})^2 = (\overline{BD})^2 \Rightarrow 2 \cdot (\overline{BC})^2 = \left(\frac{L\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{L^2}{8} \Rightarrow (\overline{BC})^2 = \frac{L^2}{16} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{L}{4}$$

Portanto $\overline{DE} = L - 2 \cdot \left(\frac{L}{4}\right) = \frac{L}{2}$. Logo a área do buraco na figura é: $\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{L^2}{4}$.

Como a área da folha quadrada é L^2 , a área do buraco na folha corresponde a $\frac{1}{4}$ da folha original. (Alternativa E)