UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
XV OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA
PET – MATEMÁTICA

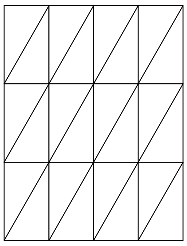
Gabarito 10 – 3ª fase de 2012
Nível 1

1. (a) O perímetro da figura é $3+3+4+4+5+5+(4-3)+(4-3)=26cm$.

   Área de um triângulo é $\dfrac{b\times h}{2}=\dfrac{4\times 3}{2}=\dfrac{12}{2}=6cm^2$. Como são usados 4 dos triângulos, então a área da figura é $4\times 6=24cm^2$.

   (b) Se $6cm^2$ é a área de cada triângulo, qual o menor múltiplo de 6 que é um quadrado perfeito? É o 36 (6×6). O quadrado deverá ter $36cm^2$ e $6cm$ de lado, se possível. Este quadrado, porém, é impossível de ser formado por causa da forma do triângulo. Teriam que ter dois lados medindo $3cm$ em cada lado do quadrado, o que seria impossível já que precisariam de 8 lados de $3cm$ sendo que só tem 6. $(4+3\neq 6;\ 4+5\neq 6;\ 5+3\neq 6)$

   O próximo menor quadrado possível de ser feito com formas de $6cm^2$ é o de lado 12, cuja área é $12\times 12=144cm^2$, que é divisível por 6.



Quadrado de lado $12cm$, área $144cm^2$ com 24 triângulos retângulos de lados 3, 4 e $5cm$.

2. (a)

Verde **1**	**5**	Vermelho **7**
Verde **2**	**4**	Vermelho **8**
Verde **3**	**6**	Vermelho **9**

A = 7
B = 3
A - B = 4

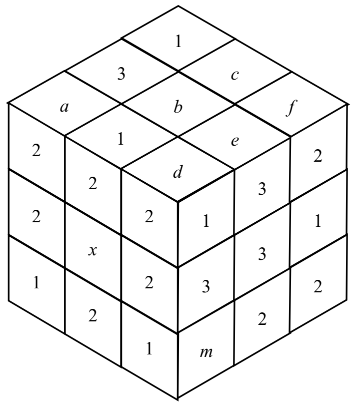
(b)

Verde **1**	**2**	Vermelho **3**
Verde **4**	**5**	Vermelho **7**
Verde **6**	**8**	Vermelho **9**

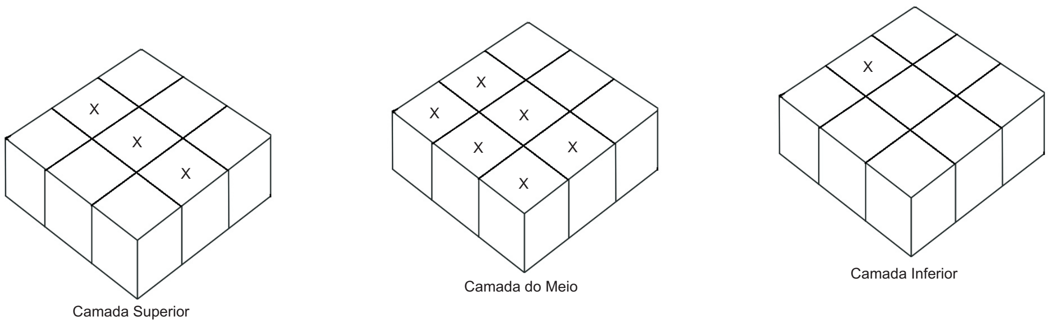
A = 3
B = 6
A - B = -3

(c) Para A ser igual a 4 os dois números que estarão juntos com ele na fileira devem ser (1, 2), (2, 3) ou (1, 3). Porém o 3 não pode estar junto com ele na fileira, senão ele não seria pintado de verde. Então uma fileira horizontal é: 1, 2, 4. Porém, para que o 3 seja o B, as outras duas casas verdes teriam que ser 1 e 2. Porém, 1 e 2 estão na mesma fileira, então casas verdes são (1, 3), já que o 2 não é verde, a terceira casa verde é um número ≥ 4, ocasionando o fato de $B\neq 3$. Portanto, não é possível.

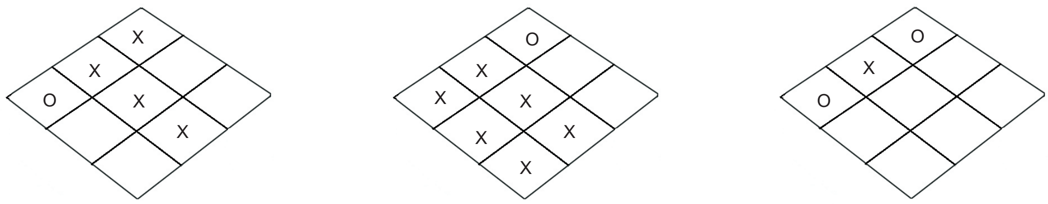
3. Podemos ver três faces do cubo que chamamemos de superior (S), lateral esquerda (LE) e lateral direita (LD).



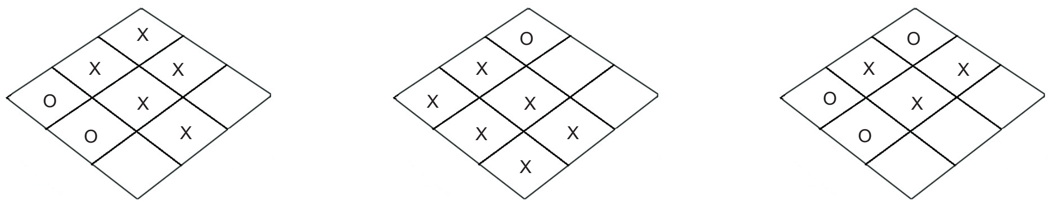
Vamos separar o cubo em três camadas "horizontais"e, de acordo com as informações dos números nas faces visíveis, vamos marcar cada cubo de cada camada com um X, caso o cubo esteja lá, e com um O caso não exista cubo naquele lugar. Começamos com as informações dos números 3 que aparecem em S, LE e LD temos:



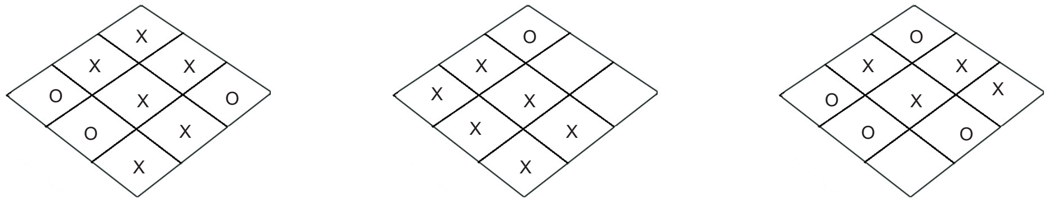
Agora, observando os números em LE, na primeira coluna à esquerda, deduzimos algumas "casas"vazias:



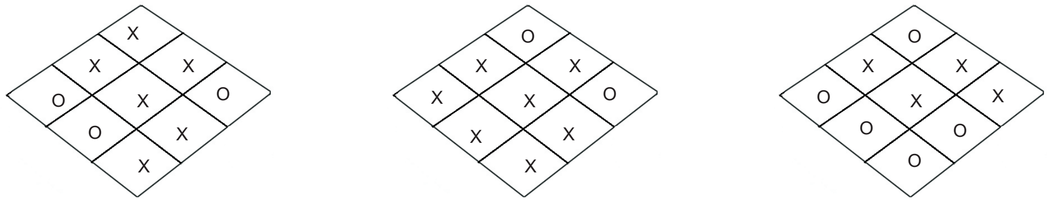
Logo, $a = 1$.
Em seguida, o número 1 em S (entre a e 1) e os números 2 em LE (com x no meio) nos dão mais resultados, obtendo-se:



Agora, os números 2 e o números 1 em LD (o 1 na coluna do m) nos dá:



Finalmente, os números 2 e 1 da coluna da direita em LE, e o número 1 na coluna da direita em LD dão:



Portanto, $a = 1$, $b = 3$, $c = 3$, $d = 2$, $e = 2$, $f = 1$, $m = 0$ e $x = 3$.

4. Chamamos o primeiro algarismo de A, o segundo de B o terceiro de C e o quarto de D.
Testamos os casos:
1º. Caso: o último algarismo é maior que o primeiro.
Se $A = 1$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 8 = 800$.
Se $A = 2$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 7 = 700$.
Se $A = 3$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 6 = 600$.
Se $A = 4$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 5 = 500$.
Se $A = 5$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 4 = 400$.
Se $A = 6$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 3 = 300$.
Se $A = 7$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 2 = 200$.
Se $A = 8$, temos: $1 \times 10 \times 10 \times 1 = 100$.
Total de 3600 casos.

2º. Caso: $A = D$, $C > B$.
Se $B = 0$, temos: $9 \times 1 \times 9 \times 1 = 81$.
Se $B = 1$, temos: $9 \times 1 \times 8 \times 1 = 72$.
Se $B = 2$, temos: $9 \times 1 \times 7 \times 1 = 63$.
Se $B = 3$, temos: $9 \times 1 \times 6 \times 1 = 54$.
Se $B = 4$, temos: $9 \times 1 \times 5 \times 1 = 45$.
Se $B = 5$, temos: $9 \times 1 \times 4 \times 1 = 36$.
Se $B = 6$, temos: $9 \times 1 \times 3 \times 1 = 27$.
Se $B = 7$, temos: $9 \times 1 \times 2 \times 1 = 18$.
Se $B = 8$, temos: $9 \times 1 \times 1 \times 1 = 9$.
Total de 405 casos.

Resposta final: 4005 números.

Local: PET Matemática – Centro de Ciências Físicas e Matemáticas – Universidade Federal de Santa Catarina
Fone/FAX: (48) 3721-6809 orm@pet.mtm.ufsc.br www.orm.mtm.ufsc.br