

Gabarito 9 - 2ª fase de 2012
Nível 1

1. Ao retirarmos 1 fatia do cubo C estaremos retirando $10 \times 10 = 100$ cubinhos, restando um sólido com $10 \times 10 \times 9 = 900$ cubinhos. No segundo corte retiramos uma fatia com $10 \times 9 = 90$ cubinhos, restando um sólido com $10 \times 9 \times 9 = 810$ cubinhos. No terceiro corte retiramos uma fatia com $9 \times 9 = 81$ cubinhos, restando $9 \times 9 \times 9 = 729$ cubinhos, ou seja, um cubo com uma unidade a menos em cm em cada aresta. Assim, a cada 3 fatias (1^a , 2^a e 3^a ; 4^a , 5^a , 6^a ; etc) passamos a um novo cubo com uma unidade a menos em aresta do que o cubo anterior. Após retirarmos $15 = 3 \times 5$ fatias restará um cubo com $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubinhos, na 16^a fatia sairão $5 \times 5 = 25$ cubinhos, restando $125 - 25 = 100$ cubinhos. Na 17^a fatia saem $5 \times 4 = 20$ cubinhos, restando $100 - 20 = 80$ cubinhos.

Resposta: Restam 80 cubinhos de 1 cm no sólido.

2. Para que o número de casas seja o maior possível, cada casa deveria acolher a menor quantidade possível de gatos, ou seja, 20 gatos. Porém, de $2011 = 100 \times 20 + 11$, se 100 casas acolhessem, cada uma, 20 gatos, restariam 11 gatos que não poderiam ser acolhidos em nenhuma casa (já que 20 é o número mínimo). Então só restaria "espalhar" os 11 gatos pelas 100 casas, ou distribuir 20 gatos por 99 casas e uma casa com $20 + 11 = 31$ gatos. De qualquer maneira o número máximo de casa será 100.

3. (a) Abel fez um trajeto de $260 - 100 = 160$ km a uma velocidade constante de 80 km/h. Portanto ele demorou $160 \div 80 = 2$ horas para fazer o percurso.

Resposta: Abel passou pelo km 100 às 15 horas.

- (b) Bill passa, em velocidade constante, por quatro radares. Então o valor da multa em cada radar seria o mesmo, mas devido às reincidências, ele pagou uma vez o valor da multa pela detecção do primeiro radar, duas vezes pelo segundo, quatro vezes pelo terceiro e oito vezes pelo quarto radar.

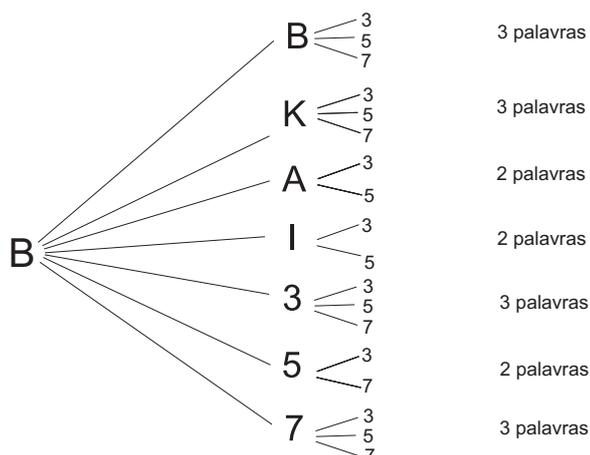
Assim ele pagou $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ vezes o valor da multa inicial. Tal multa foi então no valor de $3000 \div 15 = 200$. Então trafegou com 20 unidades de velocidade em excesso, ou seja, ele viajou à velocidade constante de 100km/h. Em um percurso de 160 km, Bill gastou $160 \div 100 = 1,6$ horas, ou, 1 hora e 0,6 hora, ou, 1 hora e $0,6 \times 60 = 36$ minutos.

Resposta: Bill passou pelo km 100 às 15 horas e 24 minutos.

4. Se os três números fossem ímpares (ou seja, distintos de 2), então a soma de dois deles seria par, e o produto final seria par e portanto diferente de 125. Portanto um dos números primos (o menor deles) é 2. Como o produto do segundo pela soma dos outros dois é $125 = 5^3$, então o segundo deles só pode ser 5. Então os outros dois somam 25, portanto o maior deles é 23.

Resposta: Os três números distintos são 2, 5 e 23.

5. Façamos uma árvore:



Resposta: No planeta EX existem 18 palavras com 3 símbolos e começadas com B.