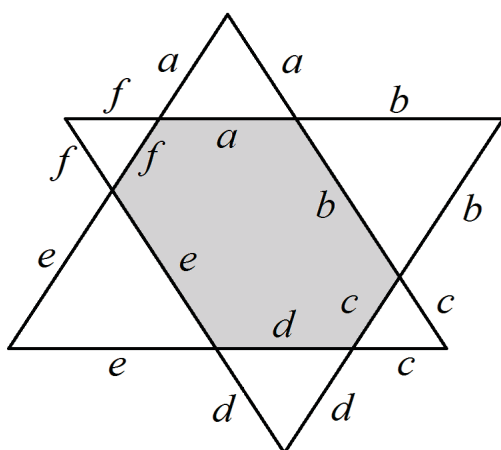


Gabarito 5 – 1ª fase de 2012
Nível 1

- (Alternativa B)** Observe que $5!, 6!, 7!, 8!, \dots$ terminam em 0, já que todos eles possuem 2 e 5 dentro da multiplicação, ou seja, são múltiplos de $2 \cdot 5 = 10$ e, por isso mesmo, terminam em 0. Assim, o algarismo das unidades de $5! + 6! + \dots + 2010! + 2011!$ é igual a 0, e como $1! + 2! + 3! + 4! = 1 + 2 + 6 + 24 = 33$, que termina em 3, temos finalmente que $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + \dots + 2010! + 2011!$ termina em $3 + 0 = 3$.
- (Alternativa E)** Note que a quantidade final de pedaços será igual ao dobro de um certo número mais esse número mais um. Portanto a quantidade final será o triplo daquele número mais um. Os números múltiplos de 3 mais um são:
 $(3 \times 0) + 1 = 1, (3 \times 1) + 1 = 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28$.
Analisando as alternativas dadas, vemos que a única resposta é 28.
- (Alternativa C)** Inicialmente, o dinheiro total que as moças têm é igual a $11 \cdot 2 + 7 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 87$, e com isso, temos que cada uma das moças deve possuir $\frac{87}{3} = 29$ reais. Além disso, note que Esmeralda possui 22 reais, Rose tem 35 reais e Nelly tem 30 reais. Como Rosa e Nelly possuem mais do que 29 reais, elas devem dar algumas notas a alguém. Rosa deve dar pelo menos 2 notas de 5 (se ela desse só uma nota, ela teria 30 reais, mais do que 29), e Nelly deve dar pelo menos uma nota de 10. Daí, para Rosa conseguir 29 reais ela precisa receber pelo menos 2 notas de 2 reais, e para Nelly conseguir 29 reais, ela deve receber uma nota de 5 e duas de 2 reais. Portanto, Esmeralda entrega no mínimo 4 notas de 2 reais, Rosa entrega no mínimo 2 notas de 5 reais e Nelly entrega pelo menos uma nota de 10 reais. Com isso, o número de notas que trocaram de mãos é pelo menos 7. De fato, com 7 trocas é possível que as três moças possuam 29 reais:
 - Nelly entrega uma nota de 10 reais a Esmeralda;
 - Rosa entrega uma nota de 5 reais a Esmeralda e outra para Nelly;
 - Esmeralda entrega duas notas de 2 reais a Rosa e 2 notas de 2 reais para Nelly;
- (Alternativa D)** Primeiro, observe que, como o hexágono tem lados opostos paralelos, os seis triângulos menores da figura do problema também são equiláteros, devido ao paralelismo, que mantém os ângulos entre retas iguais a 60° (já que, inicialmente, as retas formavam ângulos de 60° , devido aos dois triângulos equiláteros). Logo, podemos escrever as medidas dos lados como na figura:



A soma dos perímetros dos dois triângulos equiláteros é igual a $3(a + b + c + d + e + f)$, e como cada triângulo equilátero tem perímetro 36cm , temos $3(a + b + c + d + e + f) = 72$, isto é, $a + b + c + d + e + f = 24$. Como esse também é o perímetro do hexágono, temos que o perímetro procurado é 24cm .

- (Alternativa B)** Para decidir qual das opções é a maneira mais econômica de comprar 1,2kg de CHO-COBM, vamos calcular o valor gasto em cada opção. Temos, na opção :
 - 6 latas de 200g, o valor da compra é $6 \times 3,00 = 18,00$.
 - 1 lata de 400g e 1 lata de 800g, o valor da compra é $1 \times 5,00 + 1 \times 9,00 = 14,00$.
 - 4 latas de 200g e 1 lata de 400g, o valor é $4 \times 3,00 + 1 \times 5,00 = 17,00$.
 - 2 latas de 200g e 1 lata de 800g, o valor é $2 \times 3,00 + 1 \times 9,00 = 15,00$.
 - 2 latas de 200g e 2 latas de 400g, o valor é $2 \times 3,00 + 2 \times 5,00 = 16,00$.
 Ou seja, a opção B) é a mais econômica das opções apresentadas.

6. **(Alternativa D)** Vamos fazer um exemplo. Suponha que os quatro números sejam 1, 2, 3, 4. Então a soma de cada um deles com a média aritmética dos outros três será:

$$1 + \frac{2+3+4}{3}, 2 + \frac{1+3+4}{3}, 3 + \frac{1+2+4}{3} \text{ e } 4 + \frac{1+2+3}{3}$$

Se somarmos todos esses números obteremos: $1 + 2 + 3 + 4 + \frac{3(1+2+3+4)}{3} = 2(1+2+3+4)$, ou seja, o dobro da soma dos quatro números. Portanto a média aritmética dos quatro números será essa soma dividida por 8 (dividida por 2 e depois por 4)

$$\frac{60 + 64 + 68 + 72}{8} = \frac{264}{8} = 33$$

7. **(Alternativa B)** O polígono obtido por Luana tem 12 lados. Se ela trocar 2 triângulos por 2 quadrados, ela troca duas pontas com 2 lados cada por duas pontas com 3 lados cada, ou seja, ela fica com um polígono de $12 - 4 + 6 = 14$ lados. E se ela trocar agora 1 triângulo por 1 pentágono, ela troca uma ponta com 2 lados por uma ponta com 4 lados, ou seja, ela fica, ao final, com um polígono de $14 - 2 + 4 = 16$ lados.
8. **(Alternativa A)** Note inicialmente que pintamos $9 \times 6 = 54$ quadradinhos de vermelho. Quando serramos o cubo, temos 27 cubinhos e como cada cubinho tem 6 faces quadradas, o total de faces quadradas é igual a $6 \times 27 = 162$ quadradinhos. Destes, 54 são vermelhos e os $162 - 54 = 108$ restantes são brancos. Logo, a razão entre a superfície pintada de vermelho e a superfície pintada de branco é igual a $\frac{54}{108} = \frac{1}{2}$.